

35 Therefore, it is presented in this article the development of spreadsheets in Mathcad software that
36 result in the loads of rupture of flat slabs calculated by the norms ABNT NBR 6118:2014, Eurocode
37 2 (EN 2002-1-1:2004) and ACI 318-14. The document offers quick results in a practical and
38 explanatory way, facilitating the dimensioning of structures submitted to puncture. As a consequence,
39 for the validation of these documents and comparison of the values of estimated loads with real loads,
40 a total of 41 slabs were analyzed using experimental analysis in 4 works, in which the authors are
41 Lourenço (2018), Souza (2004), Silva (2003) and Ferreira (2010). The influence of the presence of
42 openings and shear reinforcement, the different dimensions of columns and the flexural reinforcement
43 rates were noted. Finally, the codes were conservative, especially for slabs with eccentric forces. In
44 addition, slabs with openings showed, according to the norms, underestimated considerations of
45 control perimeters. Therefore, the implementation of these documents may facilitate the
46 understanding of the codes and from obtaining the results it is possible to increase confidence when
47 sizing this type of slab.

48 **KEYWORDS:** codes of concrete structures, spreadsheet, studs, structural calculation.

49

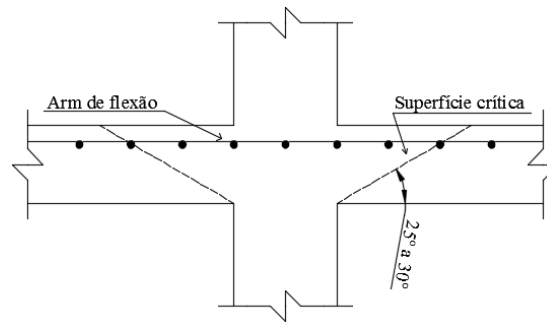
50 1. INTRODUÇÃO

51 Engenheiros possuem a responsabilidade de fornecer propostas seguras e econômicas por meio
52 da definição de uma estrutura, por isso é importante que entendam as diferentes possibilidades de
53 dimensioná-la. O primeiro passo para a realização de um projeto estrutural é a sua concepção, sendo
54 comum encontrar no Brasil construções com o sistema na forma convencional, com lajes que se
55 apoiam em vigas e descarregam em pilares. Contudo, lajes assentadas diretamente nos apoios, modelo
56 conhecido como lajes lisas, podem ser eficientes.

57 Lourenço (2018) retrata as vantagens desse método, como por exemplo, a simplificação de
58 formas para concretagem, a redução da mão-de-obra e o ganho na quantidade de pavimentos em um
59 edifício, que ocorrem pois a armação e concretagem de vigas não são necessárias e o pé direito do
60 imóvel pode ser reduzido. No entanto, em razão da falta de travamento horizontal e do
61 descarregamento ocorrer apenas na área dos pilares, existem algumas desvantagens, tendo como
62 exemplos o comprometimento da estabilidade global e o aumento dos deslocamentos verticais e das
63 tensões cisalhantes na laje. Estes prejuízos podem ser amenizados, respectivamente, aumentando os
64 vínculos da estrutura, optando pela utilização de armaduras de protensão e pela distribuição de
65 armaduras de cisalhamento, que impedem o rompimento da laje por punção.

66 O ponto crítico do estudo dessa tipologia é o puncionamento, posto que a resistência à punção
67 pode ser menor do que a resistência à flexão. O acontecimento de uma ruptura frágil local gera danos
68 progressivos em toda estrutura, isto é, o colapso ocorre inicialmente em uma pequena área e acarreta

69 em destruição generalizada, conforme comentado por Lourenço (2018). Este fenômeno, retratado na
70 Figura 1, se assemelha a ruptura por cisalhamento em vigas e possui forma de tronco de pirâmide.



71
72 Figura 1 – Fissura da extremidade do pilar à face superior da laje. Fonte: Sgarbi, 2017.

73 Para o dimensionamento de lajes os códigos ABNT NBR 6118/:2014 – Projeto de estruturas de
74 concreto, Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) – *Design of concrete structures* e ACI 318-14 – *Building*
75 *Code Requirements for Structural Concrete* trazem prescrições de cálculo. De acordo com Ferreira
76 (2010), essas normatizações são resultados de estudos empíricos que sugerem de diferentes maneiras
77 o cálculo da resistência à punção como, por exemplo, as considerações nas fórmulas da influência de
78 momentos no pilar e a definição do perímetro de verificação da tensão de cisalhamento. Dessa
79 maneira, geram incertezas quanto ao dimensionamento do projeto a se executar.

80 Baseado em análises de estudos relacionados ao dimensionamento de lajes submetidas à punção
81 foram estudados os trabalhos realizados por Lourenço (2018), Souza (2004), Silva (2003) e Ferreira
82 (2010) com a finalidade de verificar o comportamento deste tipo de estrutura. Em seus escopos há a
83 comparação de resultados de ensaios realizados em laboratório com estimativas alcançadas por meio
84 de cálculo em acordo com as normas. Além disso, variáveis como o tamanho de aberturas e a
85 distância delas à extremidade dos apoios, as dimensões e formatos de pilares e a quantidade de taxas
86 de armadura, também foram consideradas para conclusão dessas pesquisas.

87 Neste contexto, o objetivo deste trabalho é comparar os resultados dos ensaios experimentais
88 das pesquisas analisadas com os resultados de estimativas de cargas obtidas pelas formulações das
89 normas técnicas em vigor. Para facilitar o dimensionamento, conforme as normatizações, foi
90 elaborada uma documentação técnica com auxílio do *software Mathcad* mostrando o procedimento e
91 todas as equações utilizadas. Esta planilha resulta nas cargas de rupturas de lajes lisas apoiadas em
92 pilares circulares ou retangulares, alocados internamente, no canto ou na borda com presença ou não
93 de aberturas nas proximidades do apoio.

94

95 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

96 Neste item serão detalhados os métodos para verificação da resistência de lajes lisas sem e com
97 armaduras de cisalhamento. Ou seja, as especificações do dimensionamento por meio das normas
98 ABNT NBR 6118:2014, Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) e ACI 318-14 estão apresentadas nos itens

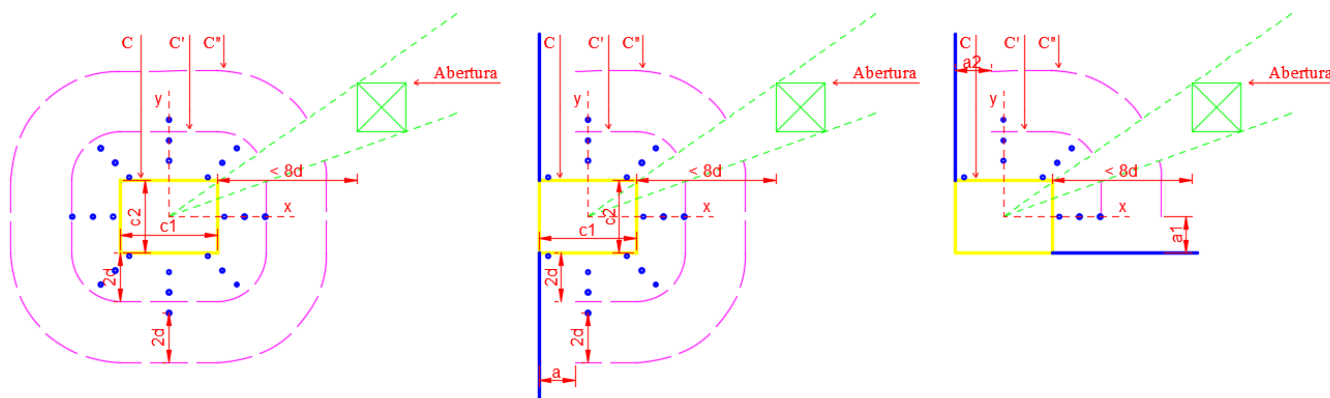
99 2.1 a 2.3. Nas demonstrações não são considerados o cálculo de lajes com capitel nem o de lajes
 100 protendidas, que são soluções construtivas adotadas quando a resistência à punção obtida pela
 101 presença de armadura de cisalhamento não satisfaz a exigida em projeto.

102 Além disso, os dados dos programas experimentais realizados por Lourenço (2018), Souza
 103 (2004), Silva (2003) e Ferreira (2010) estão demonstrados nos itens 2.4 a 2.8. Os resultados dessas
 104 teses e dissertações foram obtidos por meio do rompimento em laboratório de modelos de lajes
 105 submetidas à punção.

106

107 2.1 ABNT NBR 6118:2014

108 De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, é necessário verificar a resistência da laje em três
 109 perímetros, denominados: superfície crítica C, C' e C''. Sendo analisadas respectivamente, a tensão
 110 resistente de compressão diagonal do concreto, a tensão resistente do elemento estrutural sem ou com
 111 armadura de punção e a tensão resistente da laje quando há armadura de cisalhamento. O contorno C
 112 coincide com o pilar, o C' refere ao perímetro afastado $2d$ do apoio e C'' situa a uma distância $2d$ dos
 113 *studs*, sendo d a incógnita referente a altura útil da laje. As circunscrições em pilares com formato
 114 retangular são retratadas no Anexo A, caso possuir forma circular deve-se considerar o lado do apoio
 115 como seu diâmetro. Ademais, se houver aberturas na laje distantes no máximo $8d$ da superfície C
 116 deve-se desconsiderar parte deste perímetro, conforme Figura 2.



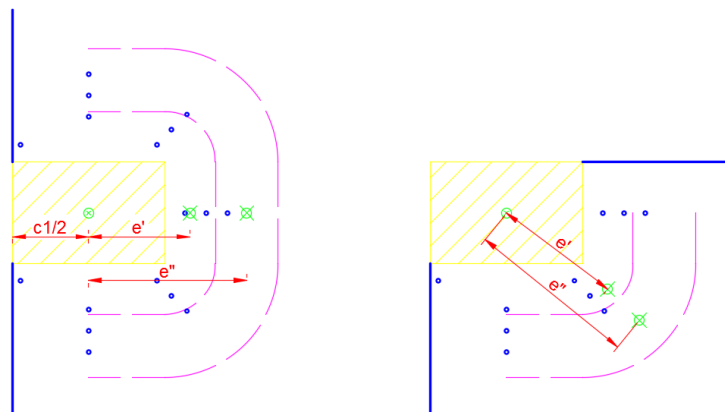
117 Figura 2 – Contornos críticos efetivo das superfícies C, C' e C'' em pilares interno, de borda e de
 118 canto, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014. Fonte: Sgarbi, 2017.

119 Portanto, nos pilares de borda e de canto os perímetros críticos calculados possuem valores
 120 reduzidos. A incógnita a retratada considera esse parâmetro e é calculada a partir da Equação 1, para
 121 cada lado do pilar paralelos aos eixos x e y .

$$122 \quad a \leq \begin{cases} 1,5 * d \\ 0,5 * c_i \end{cases}; i \rightarrow 1 \text{ a } 2 \quad \text{Eq.1}$$

123 O momento fletor solicitante da laje é transferido para o pilar também como esforço cortante.
 124 Devido a essa consideração utiliza-se o coeficiente K , apresentado no Anexo A. Esse parâmetro é
 125 encontrado a partir da relação b_1/b_2 , exceto em pilares de borda que se utiliza $b_1/2b_2$.

126 Outra observação necessária para o cálculo da carga atuante são as excentricidades dos
 127 perímetros críticos reduzidos C' e C'', em relação ao eixo, verificadas nos pilares de borda e de canto.
 128 No Anexo A são indicadas as equações para defini-las e a Figura 3 exemplifica-as.



129

130 Figura 3 – Excentricidades dos perímetros reduzidos C' e C'' em pilares de borda e de canto.

131

Fonte: Sgarbi, 2017.

132

133 No Anexo A são expostos os cálculos para a determinação do módulo de resistência plástica,
 134 nos quais as formulações são válidas em estruturas com armaduras de cisalhamento distribuídas
 135 radialmente. O cálculo do módulo de resistência de pilares situados no canto de lajes é realizado
 136 separadamente para cada uma das bordas, ou seja, o Wp_1 relaciona-se ao lado c_1 e o Wp_2 ao c_2 .

137

138 Após obtenção destes dados são calculadas as tensões solicitantes e as tensões resistentes da
 139 estrutura. A Equação 2 retrata o esforço atuante na superfície C em que não é considerado a ação de
 140 momento fletor e a Equação 3 fornece o valor do esforço resistente. Realizado o cálculo, se a tensão
 141 solicitante (τ_{Sd}) for maior que a tensão resistente (τ_{Rd}) deve-se aumentar as dimensões do pilar ou a
 142 altura da laje.

143

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u*d} \quad \text{Eq.2}$$

144

$$\tau_{Rd} = 0,27 * \alpha_v * f_{cd} \quad \text{Eq.3}$$

145

146 As Equações 4 e 5 exemplificam as tensões para verificação do contorno crítico C' sem
 147 armadura. Neste caso, se a tensão solicitante for menor que a tensão resistente deve-se calcular as
 148 armaduras de punção para a estrutura.

149

$$\tau_{Sd} = \frac{F_{Sd}}{u*d} + \frac{k_1 * M_{xSd1}}{W_{p1} * d} + \frac{k_2 * M_{ySd2}}{W_{p2} * d} \quad \text{Eq.4}$$

150

$$\tau_{Rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho * f_{ck})^{1/3} \quad \text{Eq.5}$$

151

152 Para finalizar o dimensionamento de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, a quantidade de
 153 *studs* é calculada em função da Equação 6 na área delimitada pelo perímetro C', atendendo a tensão
 154 atuante expressa pela Equação 4. É necessário, também, fazer a verificação da tensão solicitante com
 155 a tensão resistente na superfície C'' pelas equações 4 e 7, respectivamente.

$$152 \quad \tau_{Rd} = 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho * f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \frac{d}{S_r} * \frac{A_{sw} * f_{ywd} * \text{sen}\alpha}{u * d} \quad \text{Eq.6}$$

$$153 \quad \tau_{Rd} = 0,13 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho * f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad \text{Eq.7}$$

154 **2.2 ACI 318-14**

155 De acordo com a norma americana são analisadas seções críticas distantes $d/2$ do pilar e da
156 última linha de armadura de punção. Além disso, se houver aberturas na laje a uma distância menor
157 que $10h$ da face do apoio deve-se reduzir o perímetro efetivo.

158 O momento polar de inércia é apresentado pelas Equações 8 e 9, no entanto se na laje houver
159 solicitação de momento em apenas uma direção esta propriedade é definida pela Equação 10. Outra
160 consideração é a resolução do coeficiente que avalia o momento fletor transferido ao pilar por
161 cisalhamento, explicitado nas Equações 11 e 12.

162 No Anexo B são demonstradas as tensões solicitantes e as tensões resistentes, que devem ser
163 comparadas para garantia da estabilidade da estrutura.

$$164 \quad J_x = \frac{d * (c_2 + d)^3}{6} + \frac{d^3 * (c_2 + d)}{6} + \frac{d * (c_1 + d) * (c_2 + d)^2}{2} \quad \text{Eq.8}$$

$$165 \quad J_y = \frac{d * (c_1 + d)^3}{6} + \frac{d^3 * (c_1 + d)}{6} + \frac{d * (c_2 + d) * (c_1 + d)^2}{2} \quad \text{Eq.9}$$

$$166 \quad J_c = d * \left(\frac{(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2} \right) + \frac{(c_1 + d) * d^3}{6} \quad \text{Eq.10}$$

$$167 \quad \gamma_{vx} = \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) * \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} \right] \quad \text{Eq.11}$$

$$168 \quad \gamma_{vy} = \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) * \sqrt{\frac{c_2 + d}{c_1 + d}}} \right] \quad \text{Eq.12}$$

169 **2.3 Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004)**

170 O dimensionamento pela norma europeia se assemelha à brasileira. As diferenças estão na
171 convenção dos eixos de direções Y e Z e nas equações, apresentadas no Anexo C. O perímetro
172 inefetivo é considerado no cálculo se existir aberturas na laje a uma distância menor que $6d$ da face
173 do apoio.

174 Com o intuito de considerar a transmissão ao pilar do esforço cisalhante pelo momento fletor,
175 neste código utiliza-se uma constante para cada situação do apoio, representada por $\beta^?$. Seu valor para
176 pilares centrais é igual a 1,15, em pilares de borda 1,40 e pilares de canto 1,50.

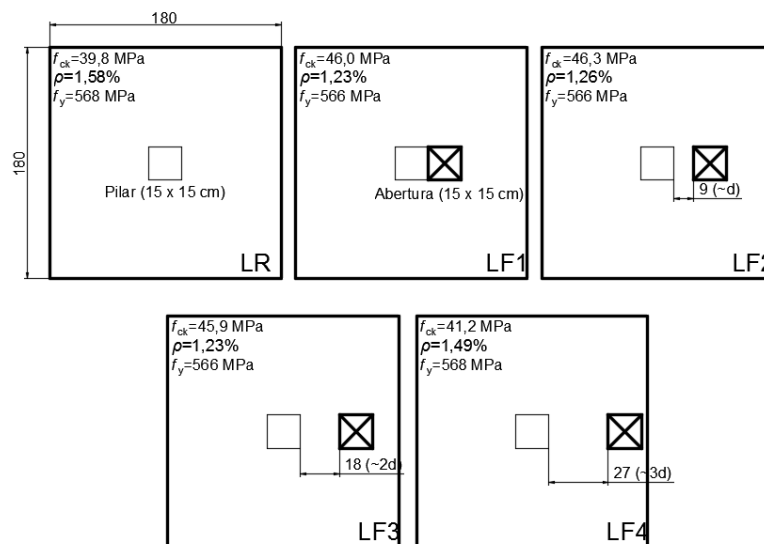
177 Mediante a terceira verificação é determinada a área de aço da armadura de cisalhamento
178 necessária para que a estrutura não rompa por puncionamento, que precisa respeitar o valor mínimo
179 dado pela Equação 13.

$$A_{swmin} = \begin{cases} \frac{1,5}{S_r * S_t} \\ 0,08 * \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yk}}} \end{cases} \quad \text{Eq.13}$$

181 2.4 Lourenço (2018)

182 Este trabalho, realizado na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), analisou 5 lajes
 183 com dimensões de 180 x 180 cm, 13 cm de espessura e 9 cm de altura útil, apoiadas em pilares
 184 quadrados internos com 15 cm de lado. Os protótipos dos ensaios consistiam em carregamento
 185 simétrico, sendo a análise em estudo sobre a influência das aberturas na resistência de uma laje
 186 submetida à punção.

187 Para construção das lajes foi utilizado concreto com resistência à compressão de 40 MPa,
 188 verificado por meio do controle tecnológico realizado em 18 corpos de prova. No aço, também, foram
 189 realizadas análises das propriedades mecânicas através de ensaio de tração. Os dados utilizados nos
 190 cálculos da verificação da resistência à punção estão retratados na Figura 4.



191
 192 Figura 4 – Características das lajes testadas por Lourenço (2018). Dimensões em centímetros.

193 Fonte: Lourenço, 2018.

194 Todas as lajes romperam por punção ao atingir as cargas apresentadas na Tabela 1. Nesta tabela
 195 pode ser visto, também, a relação de comparação destes valores com o resultado da laje de referência.
 196 Portanto, é possível notar que quanto mais distante a posição da abertura, menor sua interferência na
 197 resistência da laje.

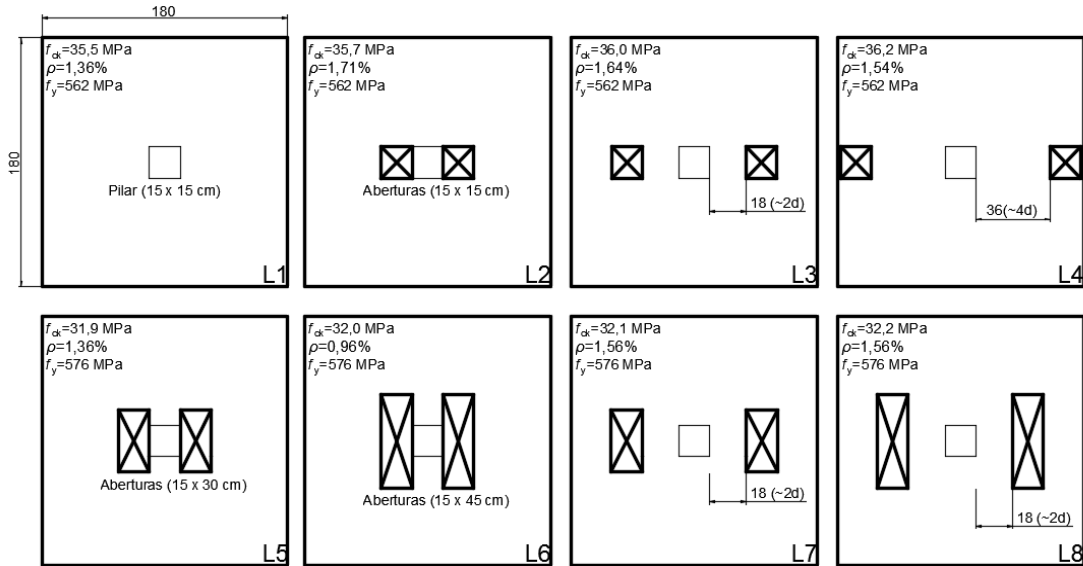
198 Tabela 1 – Cargas de ruptura das lajes do estudo de Lourenço (2018).

Laje	F_u (kN)	F_u / F_{u_ref}
LR	232	1,00
LF1	206	0,89
LF2	235	1,01
LF3	216	0,93
LF4	258	1,11

199 Fonte: Lourenço, 2018.

200 **2.5 Souza (2004)**

201 Souza (2004) realizou na Universidade de Brasília (UnB), o ensaio de 8 lajes com 180 cm de
 202 lado e 13 cm de altura apoiadas em pilares centrais quadrados de 15 x 15 cm. As variáveis deste
 203 estudo são a presença de aberturas na laje com diferentes dimensões e a distância entre as aberturas e
 204 o pilar. O carregamento aplicado é simétrico, podendo ver as características das lajes ensaiadas por
 205 meio da Figura 5.



206
 207 Figura 5 – Características das lajes testadas por Souza (2004). Dimensões em centímetros.

208 Fonte: Souza, 2004.

209 Com o objetivo de analisar experimentalmente situações que comumente ocorrem na prática
 210 foi prevista a utilização de aço CA-50 e concreto de 35 MPa. Neste estudo todas as lajes romperam
 211 por punção. Na Tabela 2 há uma demonstração das cargas de ruptura das lajes ensaiadas.

212 Tabela 2 – Cargas de ruptura das lajes do estudo de Souza (2004).

Laje	F _u (kN)	F _u / F _{u,ref}
L1	274	1,00
L2	205	0,75
L3	275	1,00
L4	300	1,09
L5	140	0,51
L6	101	0,37
L7	225	0,82
L8	210	0,77

213 Fonte: Souza, 2004.

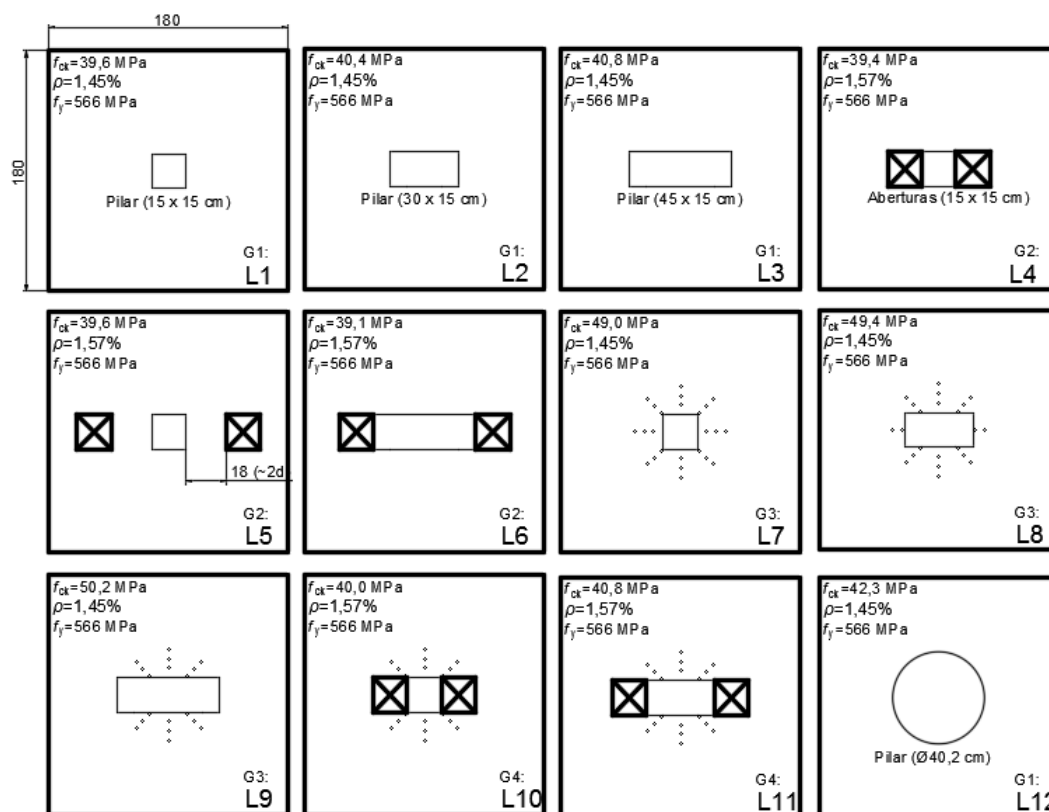
214 Portanto, foi possível concluir que quanto mais próximo a abertura for dos pilares menor a
 215 resistência à punção. Outro fator observado é o tamanho da abertura, pois com dimensões maiores
 216 reduz a taxa de armadura de flexão e, conseqüentemente, a capacidade suporte dessas estruturas cai.

217 **2.6 Silva (2003)**

218 Estudo realizado na Universidade Federal de Goiás (UFG) analisou 12 lajes de 180 x 180 cm e
 219 13 cm de espessura apoiadas em pilares internos e divididas em quatro grupos. O grupo 1 possui

220 apoios de dimensões diferentes, sendo um quadrado, dois retangulares e um de formato circular. O
 221 grupo 2 contém duas aberturas adjacentes aos menores lados dos pilares. O grupo 3 traz armaduras
 222 de cisalhamento espalhadas de forma radial. Já o grupo 4 contém pilares de diferentes tamanhos,
 223 aberturas e *studs*. O carregamento é simétrico e a diferença nas taxas de armadura de flexão se deve
 224 à presença de aberturas. A Figura 6 apresenta um resumo das estruturas ensaiadas.

225 As armaduras de cisalhamento utilizadas possuem diâmetro de 8 mm e foram soldadas em
 226 chapas de aço instaladas envolvendo as barras submetidas à flexão. Além disso, as cargas de ruptura
 227 obtidas das lajes são apresentadas na Tabela 3.



228
 229 Figura 6 – Características das lajes testadas por Silva (2003). Dimensões em centímetros.

230 Fonte: Silva, 2003.

231 Tabela 3 – Cargas de ruptura das lajes do estudo de Silva (2003).

Grupo	Laje	F_u (kN)
G1	L1	273
G1	L2	401
G1	L3	469
G2	L4	225
G2	L5	350
G2	L6	375
G3	L7	420
G3	L8	452
G3	L9	452
G4	L10	325
G4	L11	350
G1	L12	525

232 Fonte: Silva, 2003.

233 **2.7 Ferreira (2010)**

234 Ferreira (2010) estudou o comportamento de 16 lajes lisas de dimensões 250 x 250 cm e 18 cm
235 de altura com armaduras de cisalhamento, observando a atuação de carregamentos assimétricos. Os
236 ensaios foram realizados na Universidade de Brasília (UnB) e foram divididos em dois grupos, sendo
237 o primeiro com variáveis como as dimensões do pilar, taxas de armadura de flexão e a quantidade e
238 distribuição dos *studs*. Já, a segunda série considerou o efeito da transferência de momentos nas
239 estruturas com e sem armaduras de punção.

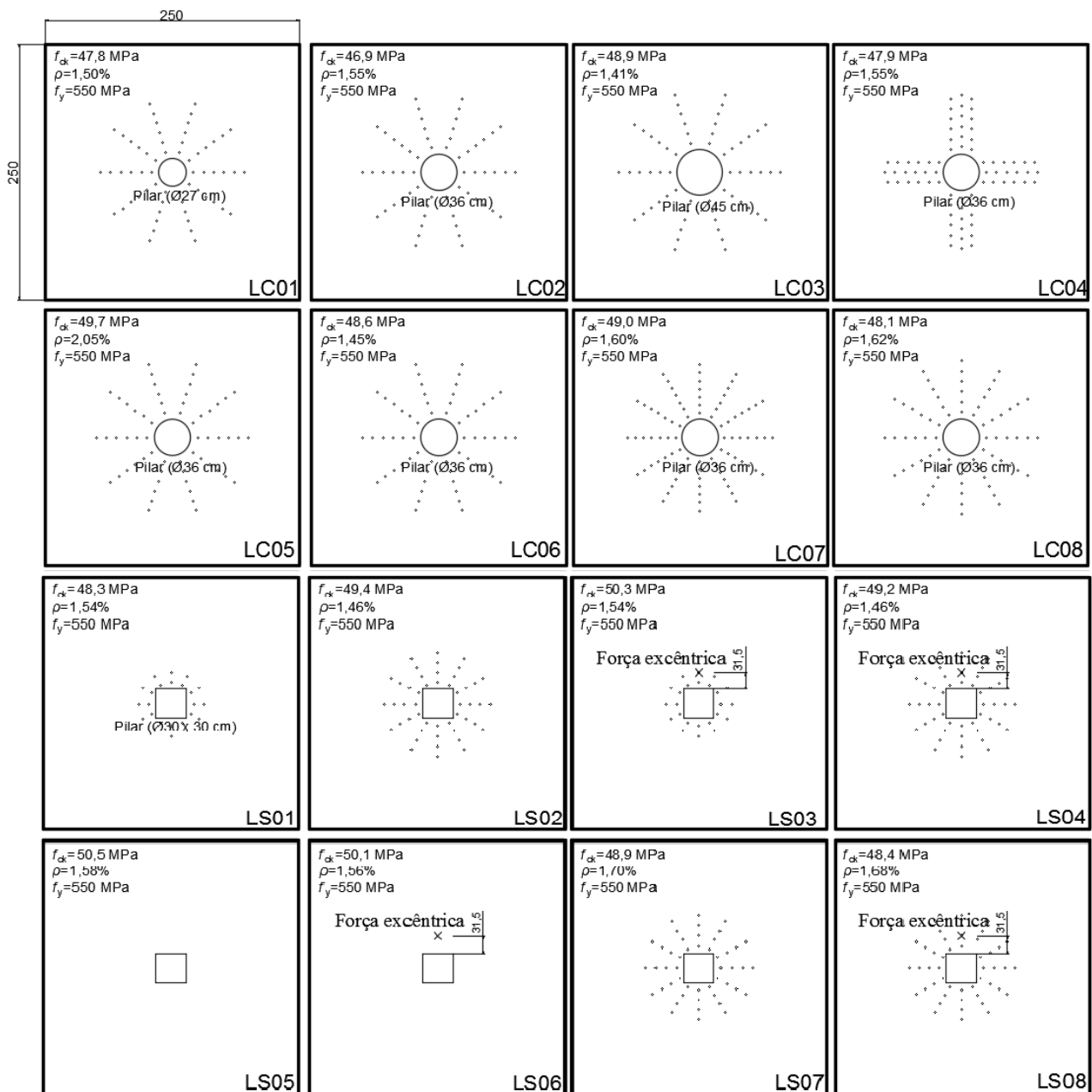
240 Por meio da Tabela 4 são demonstradas as cargas de ruptura dos modelos de lajes. No primeiro
241 grupo o modo de ruptura ocorreu na maioria por flexo-punção, ao contrário das lajes submetidas a
242 carregamentos excêntricos que romperam totalmente por punção.

243 Tabela 4 – Cargas de ruptura das lajes do estudo de Ferreira (2010).

Laje	F _u (kN)
LC01	858,4
LC02	955,7
LC03	1076,8
LC04	1122,1
LC05	1117,5
LC06	1077,9
LC07	1110,4
LC08	1058,9
LS01	1021,5
LS02	1127,5
LS03	698,5
LS04	721,7
LS05	779,0
LS06	528,3
LS07	1196,8
LS08	934,1

244 Fonte: Ferreira, 2010.

245 Como pode-se ver na Figura 7, os experimentos das primeiras oito lajes verificaram a
246 resistência à punção de lajes sobre pilares circulares. As demais lajes estiveram apoiadas em pilares
247 retangulares com 30 cm de lado e aplicação de carga com excentricidades.



248
 249 Figura 7 – Características das lajes testadas por Ferreira (2010). Dimensões em centímetros.

250 Fonte: Ferreira, 2010.

251 252 3. METODOLOGIA

253 Elaborou-se planilhas no *software Mathcad* para cálculo de cargas de ruptura de punção em
 254 lajes lisas, que seguem as normas ABNT NBR 6118:2014, Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) e ACI
 255 318-14. Essas folhas de cálculo possuem um formato esclarecedor e facilitam o dimensionamento de
 256 lajes lisas apoiadas em pilares interno, de borda ou de canto.

257 O usuário, primeiramente, deve escolher a folha de cálculo para a situação que se deseja
 258 dimensionar, de acordo com o código de dimensionamento e a localização do pilar. A entrada de dados

259 se inicia com: a altura útil e a taxa de armadura de flexão da laje, as dimensões do pilar, podendo ser
260 circular ou retangular, as propriedades mecânicas dos materiais e os coeficientes de segurança.

261 Posteriormente, são solicitados os esforços solicitantes característicos obtidos em trabalhos
262 experimentais e a resistência característica do concreto. Para lajes com presença de aberturas que
263 influenciam a resistência à punção, a planilha oferece um espaço para ser informado o perímetro
264 crítico inefetivo. Caso o modelo analisado possua armaduras de cisalhamento é necessário indicar a
265 quantidade de *studs* e a sua distribuição na estrutura.

266 A partir dos dados fornecidos, a folha de cálculo demonstra todos os cálculos das tensões
267 solicitantes e tensões resistentes em cada superfície de controle. O resultado final é a menor carga de
268 ruptura calculada.

269 Com a finalidade de validar as planilhas, neste trabalho, utilizou-se dados de programas
270 experimentais realizados em teses e dissertações dos autores Lourenço (2018), Souza (2004), Silva
271 (2003) e Ferreira (2010). Ou seja, os resultados de quatro trabalhos obtidos por meio do rompimento
272 de estruturas submetidas à punção foram utilizados para serem comparados com as estimativas
273 resultantes dos códigos explicitados.

274

275 **4. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

276 São apresentadas no apêndice B as planilhas realizadas com o intuito de facilitar o estudo dos
277 resultados de cargas de ruptura das lajes submetidas à punção. A seguir será possível entender melhor
278 as considerações das normas. Como esperado, os valores propostos do carregamento suportado são
279 inferiores aos encontrados nos laboratórios.

280 A critério de exemplo, no apêndice C são demonstradas as entradas e saídas de dados das
281 seguintes lajes: LF1 (Lourenço, 2018) pela ABNT NBR 6118:2014, L6 (Souza, 2004) pelo Eurocode
282 2 (EN 2002-1-1:2004), L12 (Silva, 2003) pelo ACI 318-14 e LS08 (Ferreira, 2010) pela ABNT NBR
283 6118:2014. Todas as lajes ensaiadas que são evidenciadas neste trabalho estão apoiadas em pilares
284 centrais.

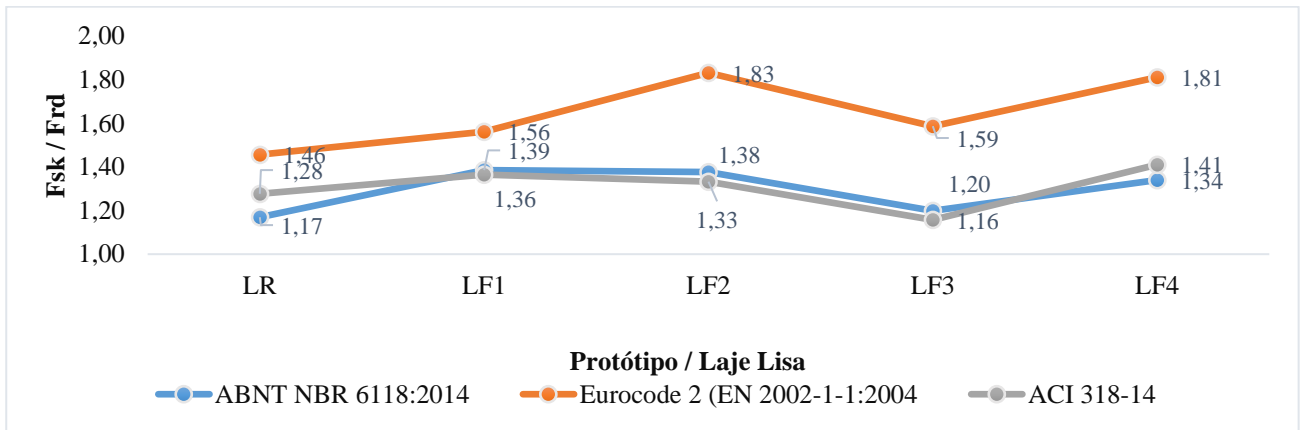
285 Pelas normas ABNT NBR 6118:2014, Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) e ACI 318-14 o
286 coeficiente de majoração dos esforços e minoração da resistência do concreto são, respectivamente,
287 iguais a 1,4, 1,5 e 1,4, e o coeficiente de minoração da resistência do aço igual a 1,15. Esses
288 coeficientes estão sendo considerados nos dimensionamentos das lajes, apresentados a seguir.

289

290 **4.1 Lourenço (2018)**

291 Por meio deste trabalho notou-se que as normas sugeriram valores a favor da segurança. A
292 ABNT NBR 6118:2014 obteve resultados das cargas últimas 17 a 39% menores do que os
293 encontrados experimentalmente, pelo Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) este valor variou entre 46 e

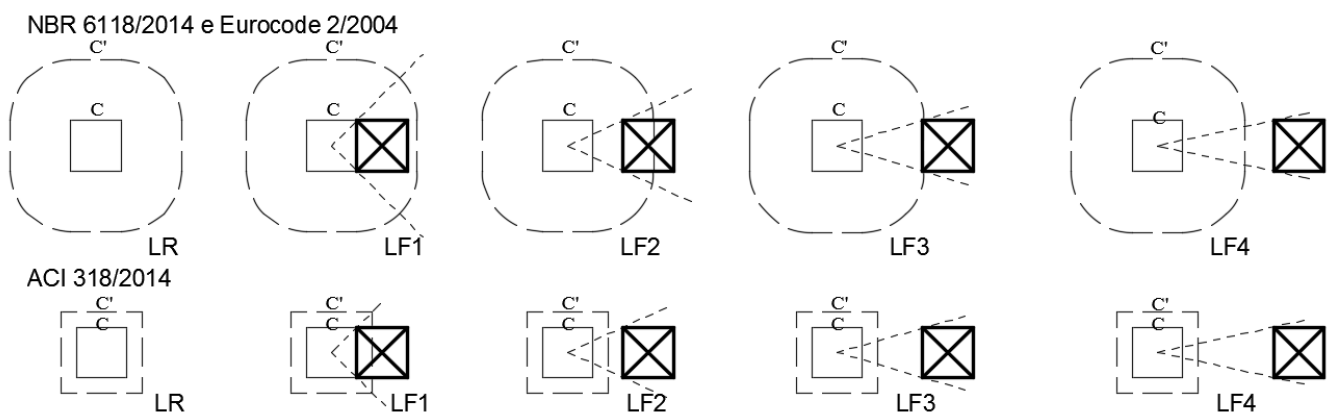
294 83% e os resultados da ACI 318-14 ficaram em torno de 16 a 41%, como pode ser visto na Figura 8.
 295 Ademais, no Apêndice D são apresentados os perímetros críticos calculados para cada uma das lajes.



296
 297 Figura 8 – Gráfico comparativo entre os Métodos de Dimensionamento das normas com os
 298 dados de Lourenço (2018).

299 Contudo, quando os coeficientes de segurança são considerados igual a 1,0, ou seja, utilizando
 300 apenas valores característicos, os resultados das cargas de ruptura do ACI 318-14 são mais
 301 conservadores, no qual a relação F_{sk}/F_{rd} variou de 16 a 41%. Isso ocorre, pois o coeficiente de
 302 segurança nessa norma é utilizado apenas quando há a atuação de momento fletor. Enquanto pelo
 303 Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) esses valores ficaram entre 4 e 22%. No dimensionamento realizado
 304 pela ABNT NBR 6118:2014 sem a consideração dos coeficientes, as cargas estimadas são 1 a 16%
 305 maiores que os valores das cargas experimentais. Neste último código retratado, os coeficientes de
 306 segurança são utilizados em grande maioria das suas fórmulas, por isso o dimensionamento sem a
 307 consideração deles gerou cálculos inseguros.

308 Conforme a Figura 9, é importante ressaltar que nas lajes com aberturas houve necessidade de
 309 desconsiderar parte dos perímetros. As demonstrações referem-se aos perímetros críticos da ABNT
 310 NBR 6118:2014, Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) e, também, das superfícies do ACI 318-14.

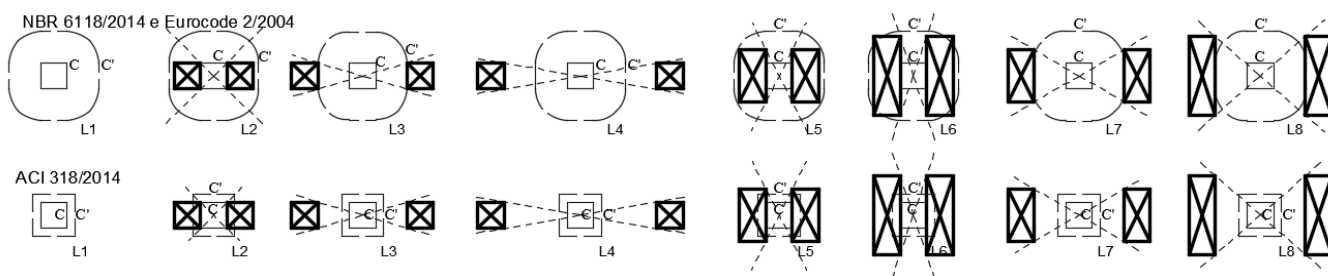


311
 312 Figura 9 – Contorno efetivo das superfícies C e C' de acordo com as normas ABNT NBR
 313 6118:2014, Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) e ACI 318-14. Fonte: Lourenço, 2018.

314 Analisando este estudo foi observado que os resultados estimados estavam abaixo dos
 315 ensaiados. As cargas de ruptura prescritas pelos códigos que mais distinguiram das forças que as lajes
 316 atingiram no experimento foram dos modelos LF1, LF2 e LF4.

317 **4.2 Souza (2004)**

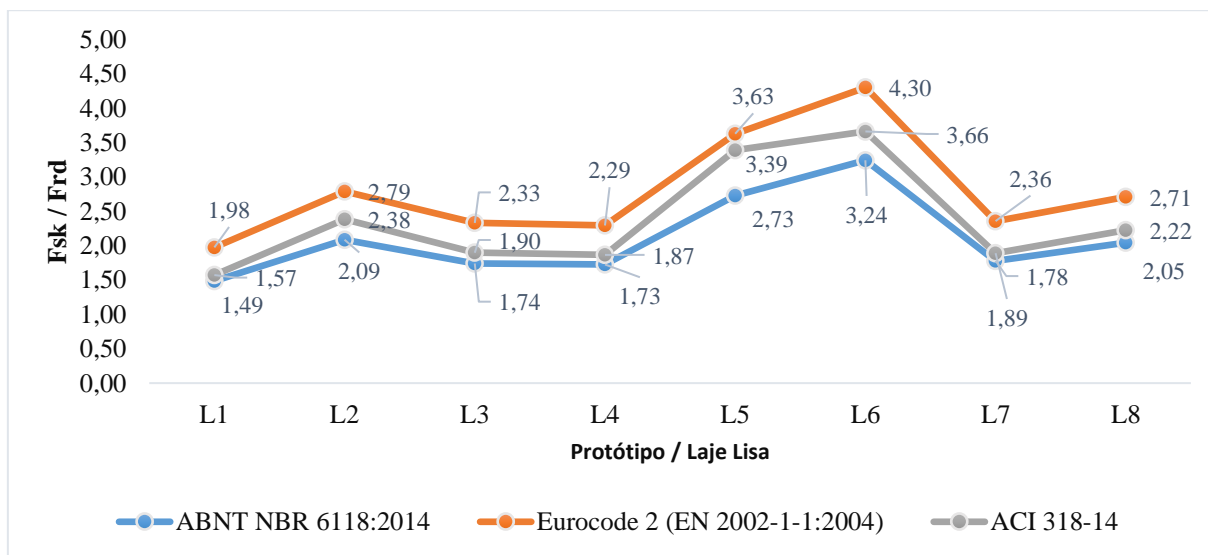
318 Com o auxílio das lajes ensaiadas foi possível notar que as cargas de ruptura dimensionadas
 319 das estruturas pelas recomendações da ABNT NBR 6118:2014 são 49 a 224% menores do que as
 320 obtidas nos experimentos, sendo que o inicialmente estimado é de 40% ($\gamma_f = 1,40$). Conforme o
 321 Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) e ACI 318-14 estes valores são, respectivamente, 98 a 330% e 57 a
 322 266% mais seguras do que o ocorrente na realidade do ensaio. Na Figura 10 são demonstrados os
 323 perímetros efetivos de cada um dos pilares deste trabalho, sendo seus valores retratados no Apêndice
 324 D. Na Figura 11 podemos notar os resultados extraídos do programa *Mathcad*.



325

326

327 Figura 10 – Contorno efetivo das superfícies C e C' de acordo com as normas NBR 6118/2014, Eurocode 2/2004 e ACI 318/2014. Fonte: Souza, 2004.



328

329

330 Figura 11 – Gráfico comparativo entre os Métodos de Dimensionamento das normas com os dados de Souza (2004).

331

332

333

A laje de referência (L1) que não contém aberturas ao ser dimensionada possui a carga que mais se aproxima do valor real de ruptura pelas três normas, em sequência têm-se as estruturas com aberturas distantes do pilar (L4, L3, L7 e L8). O dimensionamento mais conservador é o das lajes

334 com grandes aberturas ao lado do pilar (L2, L5 e L6), neste caso a diferença do carregamento é em
335 média de 213%.

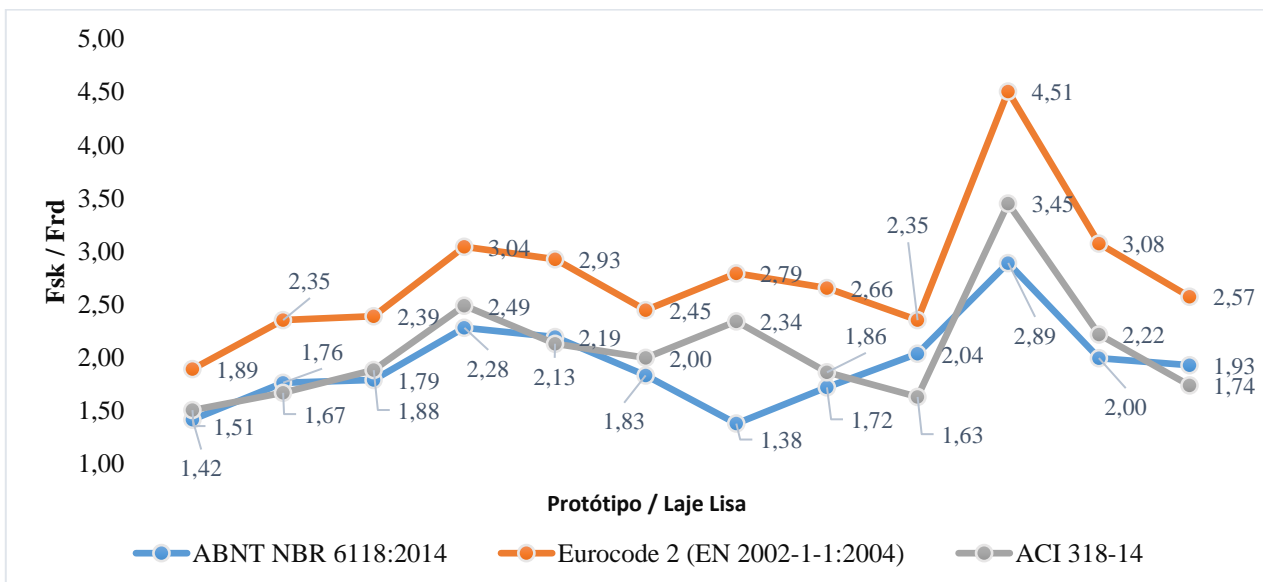
336 Isto é, quanto mais próxima e maior a abertura, maior é a sua influência na resistência à punção.
337 Portanto, como as lajes com aberturas apresentaram a relação F_{sk} / F_{rd} maior, o perímetro de controle
338 delas estão sendo subestimados no dimensionamento pelos códigos. E, assim, verifica-se a
339 necessidade de mais análises e estudos em lajes lisas com aberturas, que possivelmente, seria
340 necessário alteração dos perímetros de controles por parte das normas.

341 O modo de ruptura das lajes ocorreu na superfície C'', como esperado pelos cálculos estruturais.
342 Além disso, pôde-se notar que onde há a presença de aberturas externamente à esse perímetro a
343 influência delas foi irrelevante na resistência à punção dos modelos.

344 4.3 Silva (2003)

345 Um resumo dos cálculos estimados pelos códigos referente a carga de ruptura das amostras
346 deste estudo estão retratados na Figura 12. Os valores estimados pela ABNT NBR 6118:2014 são 38
347 a 189% menores em relação às cargas experimentais. Como dimensionado por essa norma, todos os
348 modelos romperam por punção, sendo que apenas as lajes L7, L8, L10 e L11 romperam na superfície
349 C'' e o restante rompeu dentro do perímetro crítico C'. Entretanto, nos ensaios a laje L9 também
350 sofreu ruptura externamente à superfície C''.

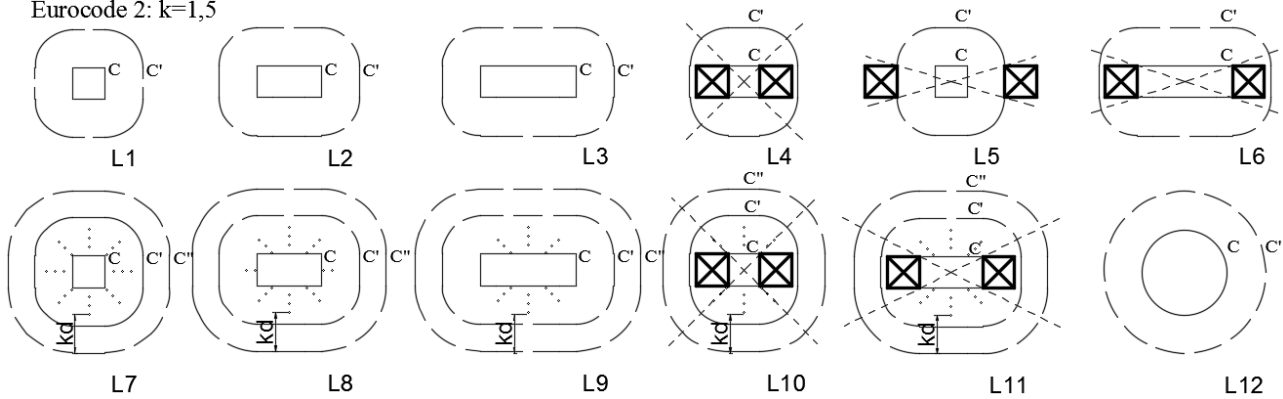
351 Pelo Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) a diferença das cargas atuantes normativas e
352 experimentais está entre 89 e 351%, já pelo ACI 318-14 este valor varia entre 51 a 245%. Nestes
353 casos, os modelos que possuem armadura de cisalhamento romperam dentro da superfície C''.



354
355 Figura 12 – Gráfico comparativo entre os Métodos de Dimensionamento das normas com os
356 dados de Silva (2003).

357 A apresentação dos perímetros de controle das estruturas analisadas neste estudo pelo código
 358 brasileiro e europeu são demonstradas pela Figura 13 e o código americano define as superfícies como
 359 apresentado na Figura 14. Os valores dos perímetros críticos estão retratados no Apêndice D.

NBR 6118/2014: $k=2,0$
 Eurocode 2: $k=1,5$



360

361 Figura 13 – Contorno efetivo das superfícies C, C' e C'' de acordo com a ABNT NBR

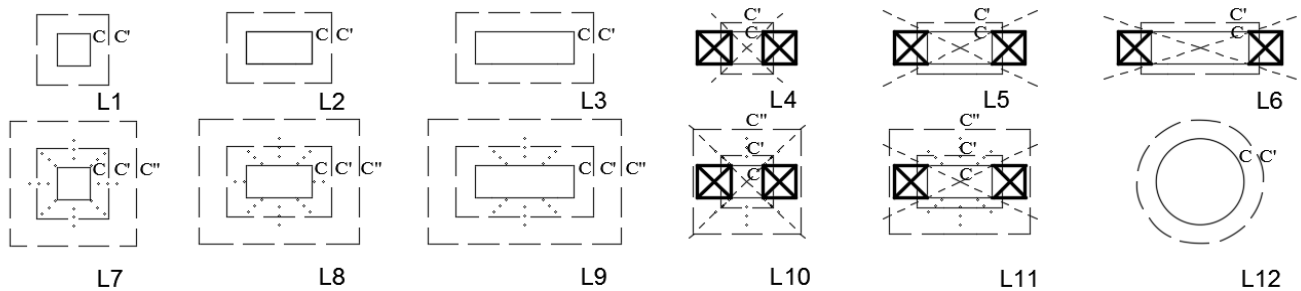
361

362 6118:2014 e o Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004). Fonte: Silva, 2003.

362

363 Ao analisar os resultados obtidos das normas com auxílio do *software Mathcad* foi observado
 364 que as cargas resistentes calculadas que mais se aproximam dos valores experimentais são os das
 365 lajes sem aberturas com e sem armaduras de cisalhamento, respectivamente, L1, L2, L3, L12 e L8,
 366 L9. Os resultados de maior resguardo são das lajes com aberturas que possuem ou não a presença de
 367 *studs*. Como comentado acima, os perímetros efetivos das lajes com aberturas estão sendo
 368 subdimensionados no dimensionamento pelas normas.

369



370 Figura 14 – Contorno efetivo das superfícies C, C' e C'' de acordo com a ACI 318-14. Fonte:

370

371 Silva, 2003.

371

372 4.4 Ferreira (2010)

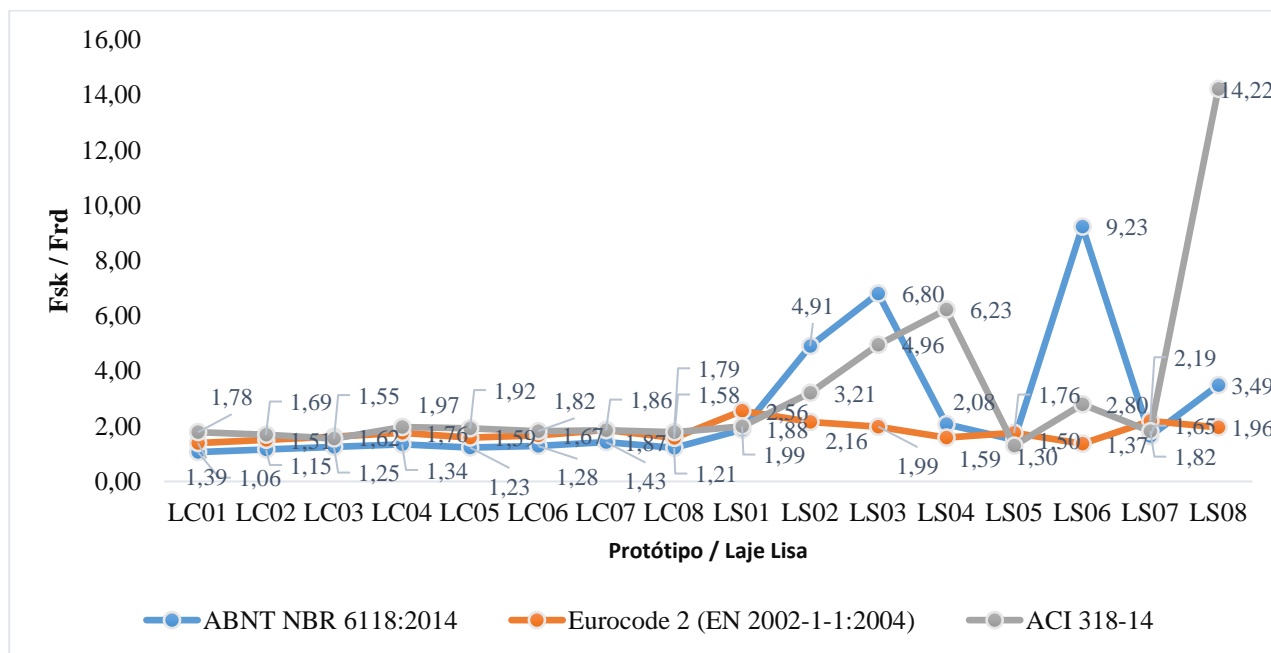
372

373 Ao dimensionar as lajes de Ferreira (2010) conforme a ABNT NBR 6118:2014 verificou-se
 374 que as cargas de ruptura que mais distanciam dos valores que ocorrem na prática são das estruturas
 375 que sofreram aplicação de momento fletor (LS04, LS08, LS02, LS03 e LS06). Como pode ser visto
 376 na Figura 15, essa diferenciação varia entre 108 e 823%, sendo o valor máximo atribuído a laje que
 377 também não possui armadura de cisalhamento. O restante apresenta carregamentos normativos de 6
 378 a 88% menores que os das amostras experimentais.

379 Neste estudo, o código Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004) resultou em grandezas próximas das
 380 verificadas nos ensaios. Conforme retratado na Figura 15, por essa norma as cargas calculadas são
 381 menores do que as experimentais entre 37 e 156% e as considerações mais conservadoras analisadas
 382 são das lajes com pilares quadrados. Nas Figuras 16 e 17 são apresentadas as demonstrações das
 383 superfícies de cálculos da ABNT NBR 6118:2014 e do Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

384 Segundo os resultados do ACI 318-14 foi possível confirmar que a garantia dos resultados
 385 normativos em relação aos experimentais das cargas resistentes de pilares circulares são menores que
 386 as dos pilares quadrados. Esses valores são conservadores, visto que há uma margem de segurança
 387 entre os carregamentos. Como apresentado na Figura 15 e a partir dos perímetros de controle das lajes
 388 demonstrados nas Figuras 18 e 19, as cargas dimensionadas variam entre 29 a 1322% menores que
 389 as cargas obtidas nos ensaios.

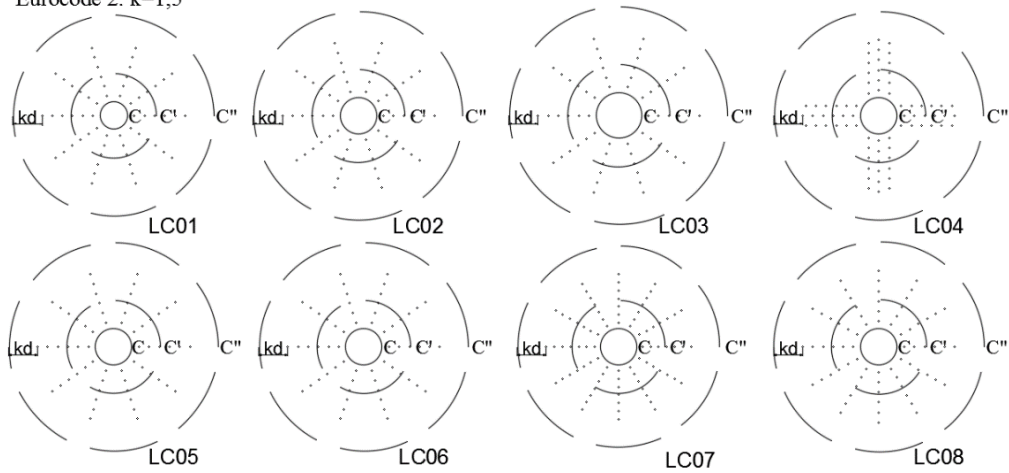
390 As maiores diferenças dos valores ocorreram nas lajes submetidas a esforços excêntricos.
 391 Como, por exemplo, a laje submetida a um alto momento fletor (LS08) que tracionou a região do
 392 pilar resultando em uma carga de ruptura de sinal oposto as outras calculadas. Então, é notório que
 393 as estruturas submetidas a momentos possuem considerações de cálculo mais conservadoras.



394
 395
 396

Figura 15 – Gráfico comparativo entre os Métodos de Dimensionamento das normas com os dados de Ferreira (2010).

NBR 6118/2014: $k=2,0$
Eurocode 2: $k=1,5$



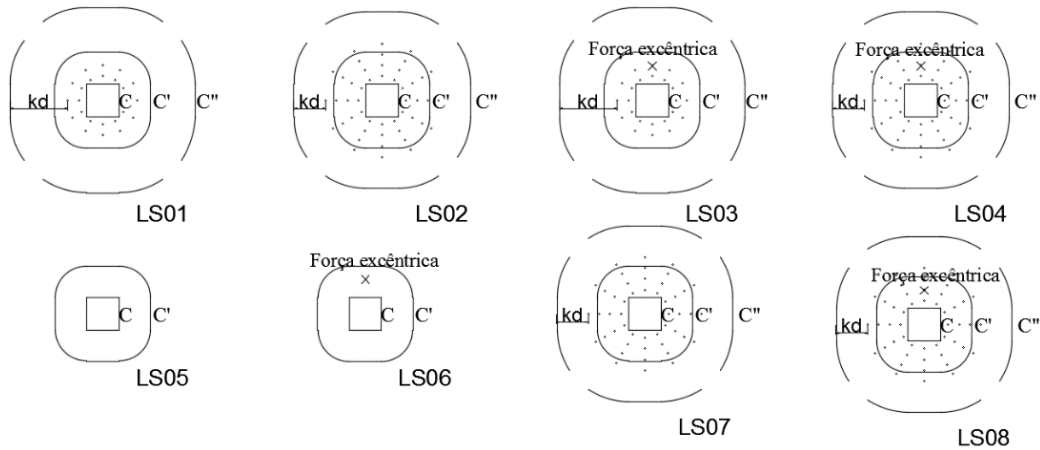
397

398

399

Figura 8 – Superfícies C, C' e C'' das lajes LC01 a LC08, de acordo com a ABNT NBR 6118: 2014 e Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004). Fonte: Ferreira, 2010.

NBR 6118/2014: $k=2,0$
Eurocode 2: $k=1,5$



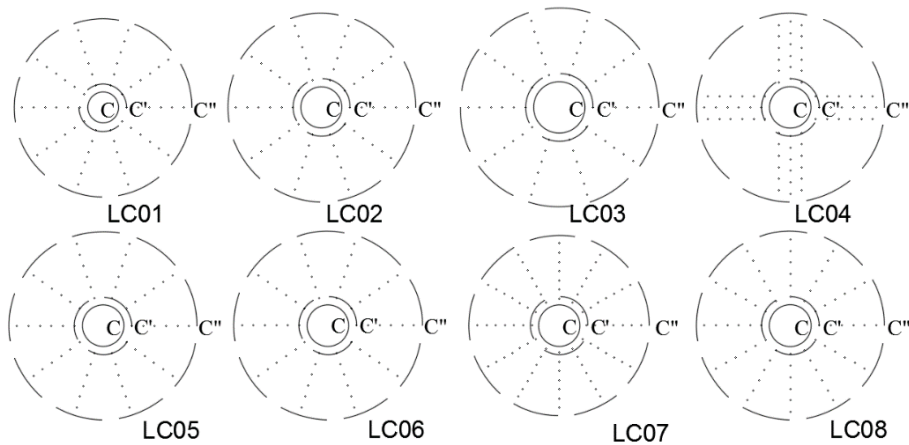
400

401

402

403

Figura 9 – Superfícies C, C' e C'' das lajes LS01 a LS08, de acordo com a NBR 6118/2014 e Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004). Fonte: Ferreira, 2010.

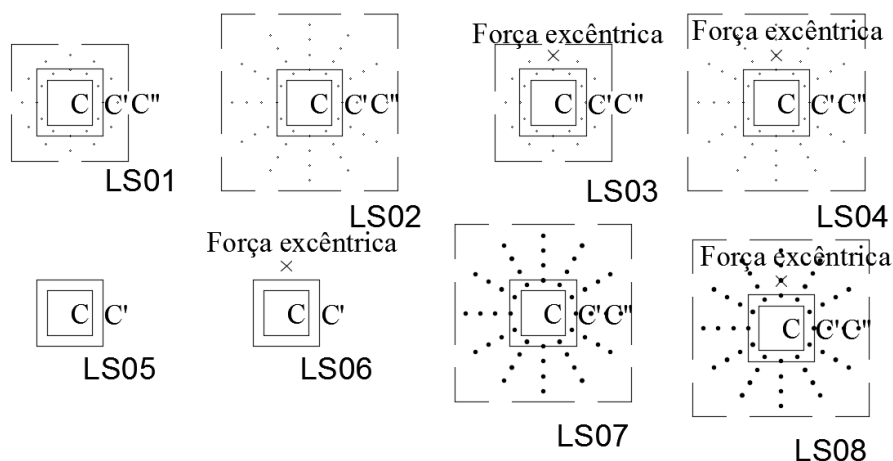


404

405

406

Figura 10 – Superfícies C, C' e C'' das lajes LC01 a LC08, de acordo com o ACI 318-14. Fonte: Ferreira, 2010.



407
408 Figura 11 – Superfícies C, C' e C'' das lajes LS01 a LS08, de acordo com o ACI 318-14.

409 Fonte: Ferreira, 2010.

410
411 **5. CONCLUSÃO**

412 Os códigos analisados neste estudo, quando se trata de lajes submetidas à punção, dispõem de
413 explicações desordenadas e faltante de informações. Portanto, as folhas de cálculo desenvolvidas
414 atenderam o objetivo de simplificar e exemplificar o dimensionamento de lajes lisas. A utilização das
415 folhas de cálculo possui fins educacionais com a intenção de auxiliar o dimensionamento em análises
416 experimentais e em projetos estruturais.

417 Para validação desses documentos foram examinadas 41 lajes e, conseqüentemente, avaliou-se
418 o conservadorismo do cálculo de cada uma das três normas. Em todas elas os valores encontrados são
419 menores do que os resultados dos ensaios quando são utilizados os coeficientes de segurança.

420 Notou-se que na maioria dos experimentos a ABNT NBR 6118:2014 é a que contém os valores
421 calculados mais próximos das cargas reais de ruptura. Logo após, a norma ACI 318-14 e em seguida
422 a mais conservadora Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004). No entanto, quando há a aplicação de força
423 excêntrica gerando esforço de momento fletor, a norma com maior margem de segurança é a
424 americana, e a europeia é a que contém as estimativas mais próximas da realidade.

425 Em vista disso, entende-se que a norma Eurocode 2/2014 possui alta intensidade de
426 conservadorismo devido, inicialmente, ao seu coeficiente de minoração da resistência do concreto ser
427 o de maior valor, igual a 1,5. Entretanto, quando é considerada a presença de momento, neste código
428 as estimativas aproximam das cargas experimentais, situação causada pela utilização apenas de
429 constantes determinadas em função da locação do pilar (central, de borda ou canto). Já nas normas
430 brasileira e americana são realizados cálculos com diferentes ponderações que levam em conta as
431 dimensões do apoio e a grandeza dos momentos fletores, elevando a sua.

432
433 **6. AGRADECIMENTOS**

434 À minha orientadora Prof. Dra. Marília G. Marques pela colaboração, paciência e conhecimento
435 oferecidos a mim no decorrer deste trabalho.

436 Aos professores da Universidade Federal de Viçosa *campus* Rio Paranaíba pela contribuição
437 no meu aprendizado.

438 Aos Engenheiros Civis que me acompanharam em estágios e trabalhos pelo auxílio e solicitude.

439 À minha família e amigos pelo carinho, apoio, compreensão e momentos de descontração nas
440 horas difíceis.

441 À Deus pelas oportunidades e bênçãos que foram e serão colocadas em minha vida.

442 Às minhas cachorras Maia e Jade pela companhia enquanto redigia este artigo.

443

444 **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

445 AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318R-14: 2014 - Building Code Requirements for**
446 **Structural Concrete**. Farmington Hills: ACI, 2014.

447 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: 2014 – Projeto de**
448 **estruturas de concreto: Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

449 EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **Eurocode 2: 2004 - Design of concrete**
450 **structures**. Brussels: CEN, 2004.

451 FERREIRA, Maurício de Pina. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de**
452 **Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. 2010. 275 p. Tese (Doutorado em Estruturas e
453 Construção Civil). Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

454 LOURENÇO, Diego da Silva. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com aberturas:**
455 **Análise Experimental**. 2018. 179 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Geotecnia).
456 Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

457 SILVA, Jales Almeida. **Punção em Lajes Cogumelo: Pilares Retangulares, Furos e Armadura**
458 **de Cisalhamento**. 2003. 210 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Materiais de Construção).
459 Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2003.

460 SGARBI, Mauricio. **Dimensionamento à Punção em Lajes (NBR 6118: 2014)**. In: ASSOCIAÇÃO
461 BRASILEIRA DE ENGENHARIA E CONSULTORIA ESTRUTURAL. São Paulo: ABECE, 2017.

462 SOUZA, Raphael Miranda de. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Furos**
463 **adjacentes ou distantes de um Pilar Interno**. 2004. 171 p. Dissertação (Mestrado em Estruturas).
464 Universidade de Brasília, Brasília, 2004.

ANEXO A

Expressões normativas e teóricas para dimensionamento de lajes lisas de acordo com a ABNT NBR 6118:2014

Tabela 1 – Perímetros críticos definidos pela ABNT NBR 6118:2014.

Contorno crítico	Perímetro crítico
Pilar interno	
C	$u = 2 * (c_1 + c_2)$
C'	$u' = 2 * (c_1 + c_2) + 2\pi * 2d$
C''	$u'' = 2 * (c_1 + c_2) + 2\pi * (p + 2d)$
Pilar de borda	
C	$u = (2 * a) + c_2$
C'	$u' = (2 * a) + c_2 + 2\pi d$
C''	$u'' = (2 * a) + c_2 + 2\pi d + \pi p$
Pilar de canto	
C	$u = a_1 + a_2$
C'	$u' = a_1 + a_2 + \pi d$
C''	$u'' = a_1 + a_2 + \pi d + \frac{\pi p}{2}$

Fonte: Sgarbi, 2017.

Tabela 2 – Valores do coeficiente *K*.

<i>b</i> ₁ / <i>b</i> ₂ ou <i>b</i> ₁ / <i>2b</i> ₂	0,50	1,00	2,00	3,00
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Fonte: ABNT NBR 6118, 2014.

Tabela 3 – Excentricidades dos perímetros críticos reduzidos C' e C''.

Contorno crítico	Excentricidade do perímetro crítico
Pilar de borda	
C'	$e' = \frac{c_1^2 + c_1 * c_2 + 2d * c_2 + 2\pi d * c_1 + 8d^2}{2c_1 + c_2 + 2\pi d}$
C''	$e'' = \frac{c_1^2 + \pi(p + 2d) * \left[c_1 + \frac{2 * (p + 2d)}{\pi} \right] + c_2(c_1 + p + 2d)}{2c_1 + c_2 + \pi(p + 2d)}$
Pilar de canto	
C'	$e' = \frac{0,5c_1^2 + c_1 * c_2 + 2d * c_2 + \pi d * c_1 + 4d^2}{c_1 + c_2 + \pi d}$
C''	$e'' = \frac{0,5c_1^2 + 0,5\pi(p + 2d) * \left[c_1 + \frac{2 * (p + 2d)}{\pi} \right] + c_2(c_1 + p + 2d)}{c_1 + c_2 + 0,5\pi(p + 2d)}$

Fonte: Loureiro (2005) apud Sgarbi (2017).

Tabela 4 – Módulo de resistência plástica para pilares centrais.

Contorno crítico	Módulo de resistência plástica
C'	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $W_{p1} = \frac{c_1^2}{2} + c_1 * c_2 + 4 * c_2 * d + 16d^2 + 2\pi * d * c_1$ ▪ $W_{p2} = \frac{c_2^2}{2} + c_1 * c_2 + 4 * c_1 * d + 16d^2 + 2\pi * d * c_2$
C''	<ul style="list-style-type: none"> ▪ $W_{p1} = W_{p2} = \frac{c_1^2}{2} + c_1 * c_2 + 4 * c_2 * d + 16d^2 + 2\pi * d * c_1 + 2c_2 * p + 16d * p + 4p^2 + \pi * c_1 * p$

Fonte: Loureiro (2005) apud Sgarbi (2017).

Tabela 5 – Módulo de resistência plástica para pilares de borda.

Contorno crítico	Módulo de resistência plástica
C'	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e' \leq c_1$, então $W_p = 2 * e'^2$; ▪ Se $c_1 < e' \leq c_1 + \frac{4*d}{\pi}$, então $W_{p1} = 2 * c_1 \left(e' - \frac{c_1}{2} \right) + 2\pi d * \left(c_1 + \frac{4d}{\pi} - e' \right) + c_2 * (c_1 + 2d - e');$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e' > c_1 + \frac{4*d}{\pi}$, então $W_{p1} = 2 * c_1 \left(e' - \frac{c_1}{2} \right) + 2\pi d * \left(e' - c_1 + \frac{4d}{\pi} \right) + c_2 * (c_1 + 2d - e')$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ $W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 * c_2 + 4c_1 * d + 8d^2 + \pi d * c_2$
C''	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e'' \leq c_1$, então $W_p = 2 * e''^2$; ▪ Se $c_1 < e'' \leq c_1 + \frac{2(p+2d)}{\pi}$, então $W_{p1} = 2 * c_1 \left(e'' - \frac{c_1}{2} \right) + \pi * (p + 2d) * \left(c_1 + \frac{2 * (p + 2d)}{\pi} - e'' \right) + c_2 * (c_1 + p + 2d - e'')$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e'' > c_1 + \frac{2(p+2d)}{\pi}$, então $W_{p1} = 2 * c_1 \left(e'' - \frac{c_1}{2} \right) + \pi * (p + 2d) * \left(e'' - c_1 - \frac{2 * (p + 2d)}{\pi} \right) + c_2 * (c_1 + p + 2d - e'')$ <ul style="list-style-type: none"> ▪ $W_{p2} = \frac{c_2^2}{4} + c_1 * c_2 + 4c_1 * d + 8d^2 + \pi d * c_2 + 2c_1 * p + 8d * p + 2p^2 + \frac{\pi * p * c_2}{2}$

Fonte: Loureiro (2005) apud Sgarbi (2017).

Tabela 6 – Módulo de resistência plástica para pilares de canto.

Contorno crítico	Módulo de resistência plástica
C'	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e' \leq c_1$, então $W_p = 2 * e'^2$; ▪ Se $c_1 < e' \leq c_1 + \frac{4*d}{\pi}$, então
	$W_{p1} = c_1 \left(e' - \frac{c_1}{2} \right) + \pi d * \left(c_1 + \frac{4d}{\pi} - e' \right) + c_2 * (c_1 + 2d - e')$
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e' > c_1 + \frac{4*d}{\pi}$, então
	$W_{p1} = c_1 \left(e' - \frac{c_1}{2} \right) + \pi d * \left(e' - c_1 + \frac{4d}{\pi} \right) + c_2 * (c_1 + 2d - e')$
C''	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e'' \leq c_1$, então $W_p = 2 * e''^2$; ▪ Se $c_1 < e'' \leq c_1 + \frac{2(p+2d)}{\pi}$, então
	$W_{p1} = c_1 \left(e'' - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5\pi * (p + 2d) * \left(c_1 + \frac{2 * (p + 2d)}{\pi} - e'' \right) + c_2 * (c_1 + p + 2d - e'')$
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Se $e'' > c_1 + \frac{2(p+2d)}{\pi}$, então
	$W_{p1} = c_1 \left(e'' - \frac{c_1}{2} \right) + 0,5\pi * (p + 2d) * \left(e'' - c_1 - \frac{2 * (p + 2d)}{\pi} \right) + c_2 * (c_1 + p + 2d - e'')$

Fonte: Loureiro (2005) apud Sgarbi (2017).

ANEXO B

Expressões normativas e teóricas para dimensionamento de lajes lisas de acordo com o ACI 318-14.

Tabela 1 – Tensão Atuante em lajes lisas conforme o ACI 318-14.

Situação do pilar	Tensão Solicitante
Interno	$\tau_u = \frac{F_{Sd}}{A_c} + \frac{\gamma_p * M_u * e}{J_c}$ $\tau_u = \frac{F_{Sd}}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} * M_{ux} * e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} * M_{uy} * e_x}{J_y}$
Borda	$\tau_u = \frac{F_{Sd}}{A_c} + \frac{\gamma_v * (M_u - F_{Sd} * g) * e}{J_c}$ $\tau_u = \frac{F_{Sd}}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} * (M_{ux} - F_{Sd} * g_y) * e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} * (M_{uy} - F_{Sd} * g_x) * e_x}{J_y}$
Canto	$\tau_u = \frac{F_{Sd}}{A_c} + \frac{\gamma_v * (M_u - F_{Sd} * g) * e}{J_c}$ $\tau_u = \frac{F_{Sd}}{A_c} + \frac{\gamma_{vx} * (M_{ux} - F_{Sd} * g_y) * e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} * (M_{uy} - F_{Sd} * g_x) * e_x}{J_y}$

Fonte: Sgarbi, 2017.

Tabela 2 – Tensão Admissível de lajes lisas pelo ACI 318-14.

Verificação	Tensão Resistente
Compressão diagonal do concreto	$\tau_n = \varphi * \frac{\sqrt{f_c'}}{2}$
b₀ sem armadura de punção	$\tau_c \leq \begin{cases} 0,17 * \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) * \sqrt{f_c'} \\ 0,083 * \left(\frac{a_s * d}{b_0} + 2\right) * \sqrt{f_c'} \\ 0,33 * \sqrt{f_c'} \end{cases}$
b₀ com armadura de punção	$\tau_{n3} = \tau_c' + \tau_s \leq 0,5\varphi * \sqrt{f_c'}$ $\tau_c' = \text{menor valor entre } \tau_c \text{ e } 0,17 * \sqrt{f_{ck}}$ $\tau_s = \frac{A_{sw} * f_{ywd}}{s_0 * b_0}$
d/2 dos studs	$\tau_c'' = 0,17\sqrt{f_c'}$

Fonte: Sgarbi, 2017.

ANEXO C

Expressões normativas e teóricas para dimensionamento de lajes lisas de acordo com o Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

Tabela 1 – Tensão Admissível de lajes lisas pelo Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

Contorno crítico	Tensão Resistente	Tensão Solicitante
Pilar	$\tau_{Rd2} = 0,4 * 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) * f_{cd}$	$\tau_{ed} = \frac{V_{ed}}{u * d}$
2d da face do pilar sem studs	$\tau_{Rdc} \leq \begin{cases} 0,035 * k^{\frac{3}{2}} * f_{ck}^{1/2} \\ \left[\frac{0,18}{\gamma_c} * k(100 * \rho_l * f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right] \end{cases}$	$\tau_{ed}' = \beta' * \frac{V_{ed}}{u' * d}$
2d da face do pilar com studs	$\tau_{Rdc} = \frac{1,5 * f_{ywdef} * A_{sw}}{S_r * u'} + 0,75 * \left[\frac{0,18}{\gamma_c} * k(100 * \rho_l * f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right]$	$\tau_{ed}' = \beta' * \frac{V_{ed}}{u' * d}$
		$\tau_{ed}'' = \beta' * \frac{V_{ed}}{u'' * d}$
1,5d da última camada de studs	$\tau_{Rdc} = \frac{1,5 * f_{ywdef} * A_{sw}}{S_r * u''} + 0,75 * \left[\frac{0,18}{\gamma_c} * k(100 * \rho_l * f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right]$	

Fonte: Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004), 2004.

APÊNDICE A
Lista de símbolos

d	Altura útil da laje;
c_1	Dimensão do pilar paralela ao Eixo X. Em pilares circulares é adotado o valor do diâmetro;
c_2	Dimensão do pilar paralela ao Eixo Y, considerando em pilares de borda esse eixo paralelo à borda livre. Em pilares circulares é adotado o valor do diâmetro;
a	Dimensão do pilar reduzida perpendicular à borda livre;
a_1	Dimensão do pilar reduzida paralela ao eixo x;
a_2	Dimensão do pilar reduzida paralela ao eixo y;
b_1	Dimensão do pilar perpendicular ao eixo que o momento está solicitando;
b_2	Dimensão do pilar paralela ao eixo que o momento está solicitando;
τ_{Sd}	Tensão Solicitante de cálculo;
τ_{Rd}	Tensão Resistente de cálculo;
F_{Sk}	Força Solicitante Experimental característica;
γ_c	Coefficiente de ponderação da Resistência do concreto;
F_{Sd}	Força normal de cálculo solicitante do pilar. Resultado da majoração da Força Solicitante característica pelo coeficiente de ponderação da Resistência do concreto;
f_{ck}	Resistência Característica do concreto;
α_v	Coefficiente em função da Resistência característica do concreto;
f_{cd}	Resistência de projeto do concreto;
p	Comprimento total de uma coluna da armadura de cisalhamento;
W_{p1}	Módulo de Resistência Plástica do perímetro crítico na direção x;
W_{p2}	Módulo de Resistência Plástica do perímetro crítico na direção y.
M_{xSd1}	Momento Fletor atuante de projeto no Eixo X;
M_{ySd2}	Momento Fletor atuante de projeto no Eixo Y;
ρ	Taxa de armadura longitudinal de flexão da laje nas direções x e y, correspondente a área limitada pelo contorno distante $3d$ do perímetro;
S_r	Espaçamento radial entre as armaduras de cisalhamento;
A_{sw}	Área da armadura de punção;
f_{ywd}	Resistência de cálculo da armadura de punção;
α	Ângulo entre o eixo da armadura e o plano da laje;

h	Altura da laje;
F_u	Força Solicitante Experimental característica;
A_c	Área da seção crítica, ou seja, o perímetro analisado multiplicado pela altura útil da laje;
M_u	Momento Solicitante de projeto;
e	Centroide do pilar;
g	Distância do centro de gravidade do pilar ao centro de gravidade do perímetro crítico;
φ	Fator redutor da resistência ao cisalhamento de valor igual a 0,75;
f_c'	Resistência característica do concreto;
β	Relação entre a maior e a menor dimensão do pilar;
a_s	Constante que diferencia os pilares internos, de borda e de canto, igual a, respectivamente, 40, 30 e 20;
b_0	Perímetro Crítico Efetivo na superfície distante $d/2$ da face do pilar;
s_0	Espaçamento inicial da armadura de cisalhamento;
τ_c'	Tensão Resistente correspondente ao concreto;
τ_s	Tensão Resistente correspondente ao aço;
β'	Constante que diferencia os pilares centrais, de borda e de canto, igual a, respectivamente, 1,15, 1,4 e 1,5;
k	Constante que possui o menor valor entre $1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$ e 2,0;
ρ	Taxa de armadura de tração da laje correspondente a área limitada pelo contorno distante $3d$ paralelo ao perímetro, possuindo valor máximo igual a 0,02;
F_{ywedf}	Resistência de cálculo efetiva da armadura de cisalhamento, tendo como limite máximo o valor resultante de $250\text{MPa} + 0,25*d$;
S_t	Espaçamento tangencial dos studs;
f_{yk}	Resistência característica do aço;
s	Distância da face do pilar à face da abertura;
f_y	Resistência média característica da armadura de flexão;
F_u	Carga de ruptura por punção da laje;
F_{u_ref}	Carga de ruptura por punção da laje de referência;
f_c'	Resistência característica do concreto;
$f_{ys,w}$	Resistência característica da armadura de flexão;
F_{sk}	Força Solicitante Experimental de ruptura;
F_{rup}	Força Solicitante Estimada de ruptura;

F_{sd1}	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície C;
F_{sd1}'	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície C';
F_{sd1}''	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície C'';
V_{ed}	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície do pilar;
V_{ed}'	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície afastada $d/2$ do pilar;
V_{ed}''	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície afastada $d/2$ da última linha de armadura de cisalhamento;
V_c	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície do pilar;
V_c'	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície afastada $2d$ do pilar;
V_c''	Força Solicitante Estimada de ruptura na superfície afastada $2d$ da última linha de armadura de cisalhamento;
M_{sk}	Momento Solicitante de característico causado pela força excêntrica.

APÊNDICE B
FOLHAS DE CÁLCULO PARA PREVISÃO DE CARGAS DE RUPTURA DE
PUNÇÃO EM LAJES LISAS

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

PILAR INTERNO

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 8d da face do pilar.

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... d := ■ cm
d' := ■ cm

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base..... b := ■ cm
Altura..... h := ■ cm

ou

Seção circular:

Diâmetro..... ϕ := ■ cm

Taxa de armadura..... ρ := ■

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... Fsk := ■ kN
Momento fletor em x..... Mskx := ■ kN·m
Momento fletor em y..... Msky := ■ kN·m

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... fck := ■ MPa
Resistência característica experimental do aço..... fyk := ■ MPa

Coefficientes

Majoração dos esforços..... γ_f := 1.4
Minoração da resistência do concreto..... γ_c := 1.4
Minoração da resistência do aço..... γ_s := 1.15

2. VALORES DE CÁLCULO

Resistência do concreto.....

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Momento fletor em X.....

$$M_{sdX} := M_{skX} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

Momento fletor em Y.....

$$M_{sdY} := M_{skY} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

3. PERÍMETRO CRÍTICO EFETIVO

Superfície C.....

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot (b + h)] & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := \text{cm}$$

Superfície C'.....

$$u' := u + 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot d) - p' = \blacksquare$$

4. COEFICIENTE K

Eixo X

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C_{1X} := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ h & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C_{2X} := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ b & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Coefficiente K.....

$$K1 := \begin{cases} (0.45) \text{ if } \frac{C1x}{C2x} \leq 0.5 & = \blacksquare \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1x}{C2x} \right)}{0.5} \right] \text{ if } 0.5 < \frac{C1x}{C2x} < 1 \\ (0.6) \text{ if } \frac{C1x}{C2x} = 1 \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} \text{ if } 1 < \frac{C1x}{C2x} < 2 \\ (0.7) \text{ if } \frac{C1x}{C2x} = 2 \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} \text{ if } 2 < \frac{C1x}{C2x} < 3 \\ (0.8) \text{ otherwise} \end{cases}$$

Eixo Y

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1y := \begin{cases} \phi \text{ if } \phi \neq 0 & = \blacksquare \\ b \text{ otherwise} \end{cases}$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2y := \begin{cases} \phi \text{ if } \phi \neq 0 & = \blacksquare \\ h \text{ otherwise} \end{cases}$$

Coeficiente K.....

$$K2 := \begin{cases} (0.45) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} \leq 0.5 & = \blacksquare \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1y}{C2y} \right)}{0.5} \right] \text{ if } 0.5 < \frac{C1y}{C2y} < 1 & \\ (0.6) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} = 1 & \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 1 < \frac{C1y}{C2y} < 2 & \\ (0.7) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} = 2 & \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 2 < \frac{C1y}{C2y} < 3 & \\ (0.8) \text{ otherwise} & \end{cases}$$

5. MÓDULO DE RESISTÊNCIA PLÁSTICA DO PERÍMETRO CRÍTICO

Superfície C':

$$Wp1 := \begin{cases} (\phi + 4 \cdot d)^2 \text{ if } \phi \neq 0 & = \blacksquare \cdot m^2 \\ \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4h \cdot d + 16 \cdot (d)^2 + 2\pi d \cdot b \text{ otherwise} & \end{cases}$$

$$Wp2 := \begin{cases} (\phi + 4 \cdot d)^2 \text{ if } \phi \neq 0 & = \blacksquare \cdot m^2 \\ \frac{h^2}{2} + b \cdot h + 4b \cdot d + 16 \cdot (d)^2 + 2\pi d \cdot h \text{ otherwise} & \end{cases}$$

6. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

6.1. SUPERFÍCIE C

Tensão Resistente.....

$$\alpha_v := 1 - \frac{fck}{250MPa} = \blacksquare$$

$$\tau_{rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = \blacksquare \cdot MPa$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = \bullet \cdot \text{kN}$$

6.2. Sem armadura de cisalhamento SUPERFÍCIE C'1

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \left[1 + \left[\left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} = \bullet \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd}' := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = \bullet \cdot \text{kN}$$

6.2. Com armadura de cisalhamento SUPERFÍCIE C'1

Espaçamento radial.....

$$S_r := \bullet \text{ cm}$$

Espaçamento radial inicial.....

$$S_o := \bullet \text{ cm}$$

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250\text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15\text{cm} \\ (300\text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \bullet \cdot \text{MPa}$$

6.2.1. QUANTIDADE DE ARMADURA DE PUNÇÃO

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \text{mm}$$

Área da armadura.....

$$A_{\phi} := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = 7.854 \times 10^{-3} \cdot \text{cm}^2$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \bullet$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := \bullet$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := \bullet$$

Armadura de cisalhamento.....

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \bullet$$

Comprimento arm de cisalhamento.....

$$p := S_o + (\text{linhas} - 1) \cdot S_r = \bullet \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente:

¹ Manter na planilha apenas o item que contém as fórmulas na condição que foi realizado o experimento: sem ou com armaduras de punção.

$$\tau_{rd1} := 0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{u' \cdot S_r} = \blacksquare$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd}' := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

6.3. SUPERFÍCIE C''²

*Perímetro inefetivo.....

$$p'' := \text{cm}$$

Perímetro efetivo.....

$$u'' := u + 2 \cdot \pi \cdot (p + 2d) - p'' = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

Módulo de resistência plástica:

$$W_{p1}' := \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4 \cdot h \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi d \cdot b + 2 \cdot h \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot b \cdot p = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

$$W_{p2}' := \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4 \cdot h \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi d \cdot b + 2 \cdot h \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot b \cdot p = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd} := \left[0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100 \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd}'' := \left[\tau_{rd} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1}' \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2}' \cdot d} \right) \right] \cdot u'' \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$\text{Ruptura}^3 := \begin{cases} F_{sd} & \text{if } F_{sd} \leq F_{sd}' \wedge F_{sd} \leq F_{sd}'' \\ F_{sd}' & \text{if } F_{sd}' \leq F_{sd} \wedge F_{sd}' \leq F_{sd}'' \\ F_{sd}'' & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."} & \text{if } F_{sk} \geq \text{Ruptura} \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a NBR 6118"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Conclusão}^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } \text{Ruptura} = F_{sd} \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } \text{Ruptura} = F_{sd}' \\ \text{" Ruptura na superfície C'' " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado possuir armaduras de punção.

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita F_{sd} .

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

PILAR DE BORDA

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 8d da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := \blacksquare$ cm
 $d' := \blacksquare$ cm

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Lado perpendicular à borda livre..... $c1 := \blacksquare$ cm

Lado paralelo à borda livre..... $c2 := \blacksquare$ cm

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := \blacksquare$ cm

Taxa de armadura..... $\rho := \blacksquare$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $F_{sk} := \blacksquare$ kN

Momento no plano perpendicular à borda livre..... $M_{sk1} := \blacksquare$ kN·m

Momento no plano paralelo à borda livre..... $M_{sk2} := \blacksquare$ kN·m

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := \blacksquare$ MPa

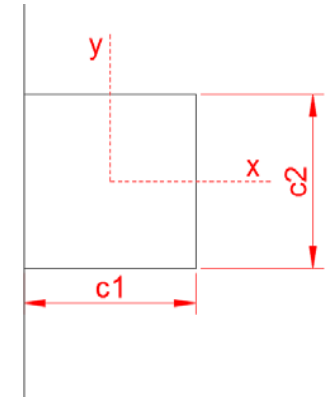
Resistência característica experimental do aço..... $f_{yk} := \blacksquare$ MPa

Coefficientes

Majoração dos esforços..... $\gamma_f := 1.4$

Minoração da resistência do concreto..... $\gamma_c := 1.4$

Minoração da resistência do aço..... $\gamma_s := 1.15$



2. VALORES DE CÁLCULO

Resistência do concreto.....

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Momento no plano perpendicular à borda livre.....

$$M_{sd1} := M_{sk1} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

Momento no plano paralelo à borda livre.....

$$M_{sd2} := M_{sk2} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

3. PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO EFETIVO

$$a := \begin{cases} (0.5 \cdot \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (1.5 \cdot d) & \text{if } 1.5d \leq 0.5c1 \\ (0.5c1) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Superfície C.....

$$u := 2 \cdot a + c2 = \blacksquare$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

Superfície C'.....

$$u' := u + 2\pi d - p' = \blacksquare$$

4. EXCENTRICIDADE DO PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO EM RELAÇÃO AO EIXO DO PILAR

$$e_x := \frac{c1^2 + c1 \cdot c2 + 2 \cdot d \cdot c2 + 2\pi \cdot d \cdot c1 + 8d^2}{2 \cdot c1 + c2 + 2\pi \cdot d} = \blacksquare$$

5. MÓDULO DE RESISTÊNCIA PLÁSTICA DO PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO

Superfície C'

$$W_{p1} := \begin{cases} (2 \cdot e_x^2) & \text{if } e_x \leq c1 \\ \left[2 \cdot c1 \cdot \left(e_x - \frac{c1}{2} \right) + 2\pi \cdot d \cdot \left(c1 + \frac{4d}{\pi} - e_x \right) + c2 \cdot (c1 + 2d - e_x) \right] & \text{if } c1 < e_x \leq c1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \\ \left[2 \cdot c1 \cdot \left(e_x - \frac{c1}{2} \right) + 2\pi \cdot d \cdot \left(e_x - c1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c2 \cdot (c1 + 2 \cdot d - e_x) \right] & \text{if } e_x > c1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \end{cases} = \blacksquare$$

Superfície C''

$$W_{p2} := \frac{c2^2}{4} + c1 \cdot c2 + 4c1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c2 = \blacksquare$$

6. COEFICIENTE K

Eixo X

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1x := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ c2 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2x := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ c1 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Coeficiente K.....

$$K1 := \begin{cases} (0.45) & \text{if } \frac{C1x}{C2x} \leq 0.5 \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1x}{C2x} \right)}{0.5} \right] & \text{if } 0.5 < \frac{C1x}{C2x} < 1 \\ (0.6) & \text{if } \frac{C1x}{C2x} = 1 \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} & \text{if } 1 < \frac{C1x}{C2x} < 2 \\ (0.7) & \text{if } \frac{C1x}{C2x} = 2 \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} & \text{if } 2 < \frac{C1x}{C2x} < 3 \\ (0.8) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Eixo Y

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1y := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ c1 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2y := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ c2 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Coeficiente K.....

$$K2 := \begin{cases} (0.45) \text{ if } \frac{C1y}{2C2y} \leq 0.5 & = \blacksquare \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1y}{C2y} \right)}{0.5} \right] \text{ if } 0.5 < \frac{C1y}{2C2y} < 1 & \\ (0.6) \text{ if } \frac{C1y}{2C2y} = 1 & \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 1 < \frac{C1y}{2C2y} < 2 & \\ (0.7) \text{ if } \frac{C1y}{2C2y} = 2 & \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 2 < \frac{C1y}{2C2y} < 3 & \\ (0.8) \text{ otherwise} & \end{cases}$$

7. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

7.1. SUPERFÍCIE C

Tensão Resistente.....

$$\alpha_v := 1 - \frac{fck}{250\text{MPa}} = \blacksquare$$

$$\tau_{rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

7.2. Sem armadura de cisalhamento SUPERFÍCIE C'

Tensão Resistente.....

$$\tau_{rd1} := 0.13 \cdot \left[1 + \left[\left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot fck \right)^{\frac{1}{3}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd}' := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

**7.2. Com armadura de cisalhamento
SUPERFÍCIE C¹**

*Distribuição radial da armadura em relação aos cantos do pilar

Espaçamento radial.....

$$S_r := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento radial inicial.....

$$S_o := \blacksquare \text{ cm}$$

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250\text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15\text{cm} \\ (300\text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

7.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \text{mm}$$

Área da armadura.....

$$A\phi := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = 7.854 \times 10^{-3} \cdot \text{cm}^2$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \blacksquare$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := \blacksquare$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := \blacksquare$$

Armadura de cisalhamento.....

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \blacksquare$$

Comprimento arm de cisalhamento.....

$$p := S_o + (\text{linhas} - 1) \cdot S_r = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := 0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{u' \cdot S_r} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd}' := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

7.3. SUPERFÍCIE C²

*Perímetro inefetivo.....

$$p'' := \blacksquare \text{ cm}$$

Perímetro crítico.....

$$u'' := 2 \cdot a + c2 + 2\pi d + \pi p - p'' = \blacksquare$$

Excentricidade do perímetro da superfície crítica C²:

¹ Manter na planilha apenas o item que contém as fórmulas na condição que foi realizado o experimento: sem ou com armaduras de punção.

$$e_{xx} := \frac{c1^2 + \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[c1 + \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} \right] + c2 \cdot (c1 + p + 2 \cdot d)}{2 \cdot c1 + c2 + \pi \cdot (p + 2d)} = \blacksquare$$

Módulo de resistência plástica:

$$Wp1' := \begin{cases} (2 \cdot e_{xx}^2) & \text{if } e_{xx} \leq c1 \\ \left[2 \cdot c1 \cdot \left(e_{xx} - \frac{c1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[c1 + \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} - e_{xx} \right] + c2 \cdot (c1 + p + 2d - e_{xx}) \right] & \text{if } c1 < e_{xx} \leq c1 + 2 \cdot \frac{(p + 2d)}{\pi} \\ \left[2 \cdot c1 \cdot \left(e_{xx} - \frac{c1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[e_{xx} - c1 - \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} \right] + c2 \cdot (c1 + p + 2 \cdot d - e_{xx}) \right] & \text{if } e_{xx} > c1 + 2 \cdot \frac{(p + 2d)}{\pi} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

$$Wp2' := \frac{c2^2}{4} + c1 \cdot c2 + 4 \cdot c1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot c2 + 2 \cdot c1 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot c2}{2} + 2 \cdot p^2 = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd} := \left[0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100\text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa..... $Fsd'' := \left[\tau_{rd} - \left(\frac{K1 \cdot Msd1}{Wp1' \cdot d} + \frac{K2 \cdot Msd2}{Wp2' \cdot d} \right) \right] \cdot u'' \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$

$$Ruptura^3 := \begin{cases} Fsd & \text{if } Fsd \leq Fsd' \wedge Fsd \leq Fsd'' \\ Fsd' & \text{if } Fsd' \leq Fsd \wedge Fsd' \leq Fsd'' \\ Fsd'' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$Conclusão := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."} & \text{if } Fsk \geq Ruptura \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a NBR 6118"} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$Conclusão^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } Ruptura = Fsd \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } Ruptura = Fsd' \\ \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado possuir armaduras de punção.

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita Fsd".

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

PILAR DE CANTO

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 8d da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil.....

$d := \blacksquare$ cm

$d' :=$ cm

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Lado paralelo à borda paralela ao eixo x.....

$c1 :=$ cm

Lado paralelo à borda paralela ao eixo y.....

$c2 := \blacksquare$ cm

ou

Seção circular:

Diâmetro.....

$\phi := \blacksquare$ cm

Taxa de armadura.....

$\rho := \blacksquare$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental.....

$F_{sk} := \blacksquare$ kN

Momento no plano perpendicular à borda paralela ao eixo x.....

$M_{sk1} := \blacksquare$ kN·m

Momento no plano perpendicular à borda paralela ao eixo y.....

$M_{sk2} :=$ kN·m

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto.....

$f_{ck} := \blacksquare$ MPa

Resistência característica do aço.....

$f_{yk} := \blacksquare$ MPa

Coefficientes

Majoração dos esforços.....

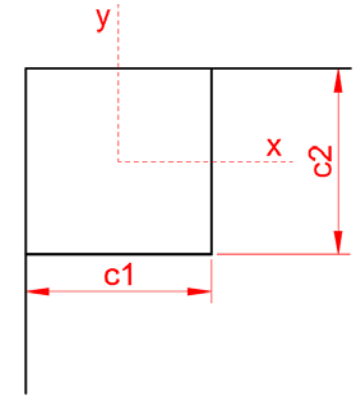
$\gamma_f := 1.4$

Minoração da resistência do concreto.....

$\gamma_c := 1.4$

Minoração da resistência do aço.....

$\gamma_s := 1.15$



2. VALORES DE CÁLCULO

Resistência do concreto.....

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Momento no plano perpendicular à borda paralela ao eixo x.....

$$M_{sd1} := M_{sk1} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

Momento no plano perpendicular à borda paralela ao eixo y.....

$$M_{sd2} := M_{sk2} \cdot \gamma_f = 140 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

3. PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO

$$a_1 := \begin{cases} (0.5 \cdot \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (1.5 \cdot d) & \text{if } 1.5d \leq 0.5c_1 \\ (0.5c_1) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \quad a_2 := \begin{cases} (0.5 \cdot \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (1.5 \cdot d) & \text{if } 1.5d \leq 0.5c_2 \\ (0.5c_2) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Superfície C.....

$$u := a_1 + a_2 = \blacksquare$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

Superfície C'.....

$$u' := u + 2\pi d = \blacksquare$$

4. EXCENTRICIDADE DO PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO, EM RELAÇÃO AO EIXO DO PILAR

$$e_x := \frac{0.5c_1^2 + c_1 \cdot c_2 + 2 \cdot d \cdot c_2 + \pi \cdot d \cdot c_1 + 4d^2}{c_1 + c_2 + \pi \cdot d} = \blacksquare$$

5. MÓDULO DE RESISTÊNCIA PLÁSTICA DO PERÍMETRO CRÍTICO REDUZIDO

Superfície C'

$$W_{p1} := \begin{cases} (2 \cdot e_x^2) & \text{if } e_x \leq c_1 \\ c_1 \cdot \left(e_x - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(c_1 + \frac{4d}{\pi} - e_x \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2d - e_x) & \text{if } c_1 < e_x \leq c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \\ \left[c_1 \cdot \left(e_x - \frac{c_1}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(e_x - c_1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c_2 \cdot (c_1 + 2 \cdot d - e_x) \right] & \text{if } e_x > c_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

$$W_{p2} := \begin{cases} (2 \cdot ex^2) & \text{if } ex \leq c2 \\ c2 \cdot \left(ex - \frac{c2}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(c2 + \frac{4d}{\pi} - ex \right) + c1 \cdot (c2 + 2d - ex) & \text{if } c2 < ex \leq c2 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \\ \left[c2 \cdot \left(ex - \frac{c2}{2} \right) + \pi \cdot d \cdot \left(ex - c2 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + c1 \cdot (c2 + 2 \cdot d - ex) \right] & \text{if } ex > c2 + \frac{4 \cdot d}{\pi} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

6. COEFICIENTE K

Coeficiente K.....

$$K1 := \frac{c1}{c2} = \blacksquare$$

$$K2 := \frac{c2}{c1} = \blacksquare$$

7. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

7.1. SUPERFÍCIE C

Tensão Resistente.....

$$\alpha_v := 1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{MPa}} = \blacksquare$$

$$\tau_{rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

7.2. Sem armadura de cisalhamento SUPERFÍCIE C¹

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \left[1 + \left[\left(\frac{20 \text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd1} := \left(\tau_{rd1} - \frac{K1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \right) \cdot (u' \cdot d) = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

7.2. Com armadura de cisalhamento SUPERFÍCIE C¹

*Distribuição radial da armadura em relação aos cantos do pilar

Espaçamento radial.....

Espaçamento radial inicial.....

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

7.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Diâmetro da armadura.....

Área da armadura.....

Quantidade de studs.....

Quantidade de linhas.....

Quantidade de colunas.....

Armadura de cisalhamento.....

Comprimento arm de cisalhamento.....

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := 0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{u' \cdot S_r} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd2} := \left(\tau_{rd1} - \frac{K2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \right) \cdot (u' \cdot d) = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$F_{sd}' := \begin{cases} F_{sd1} & \text{if } F_{sd1} \leq F_{sd2} \\ F_{sd2} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$S_r := \blacksquare \text{ cm}$$

$$S_o := \blacksquare \text{ cm}$$

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250\text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15\text{cm} \\ (300\text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\phi_{adot} := \text{mm}$$

$$A\phi := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = 7.854 \times 10^{-3} \cdot \text{cm}^2$$

$$\text{studs} := \blacksquare$$

$$\text{linhas} := \blacksquare$$

$$\text{colunas} := \blacksquare$$

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \blacksquare$$

$$p := S_o + (\text{linhas} - 1) \cdot S_r = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

$$F_{sd1} := \left(\tau_{rd1} - \frac{K1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \right) \cdot (u' \cdot d) = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

¹ Manter na planilha apenas o item que contém as fórmulas na condição que foi realizado o experimento: sem ou com armaduras de punção.

$$Fsd2 := \left(\tau_{rd1} - \frac{K2 \cdot Msd2}{Wp2 \cdot d} \right) \cdot (u' \cdot d) = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$Fsd' := \begin{cases} Fsd1 & \text{if } Fsd1 \leq Fsd2 \\ Fsd2 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

7.3. SUPERFÍCIE C''²

*Perímetro inefetivo.....

Perímetro crítico.....

Excentricidade do perímetro da superfície crítica C'':

$$exx := \frac{0.5 \cdot c1^2 + 0.5 \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[c1 + \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} \right] + c2 \cdot (c1 + p + 2 \cdot d)}{c1 + c2 + 0.5 \pi \cdot (p + 2d)} = \blacksquare$$

Módulo de resistência plástica:

$$Wp1' := \begin{cases} (2 \cdot exx^2) & \text{if } exx \leq c1 \\ \left[c1 \cdot \left(exx - \frac{c1}{2} \right) + 0.5 \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[c1 + \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} - exx \right] + c2 \cdot (c1 + p + 2d - exx) \right] & \text{if } c1 < exx \leq c1 + 2 \cdot \frac{(p + 2d)}{\pi} \\ \left[2 \cdot c1 \cdot \left(exx - \frac{c1}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[exx - c1 - \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} \right] + c2 \cdot (c1 + p + 2d - exx) \right] & \text{if } exx > c1 + 2 \cdot \frac{(p + 2d)}{\pi} \end{cases} = \blacksquare$$

$$Wp2' := \begin{cases} (2 \cdot exx^2) & \text{if } exx \leq c2 \\ \left[c2 \cdot \left(exx - \frac{c2}{2} \right) + 0.5 \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[c2 + \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} - exx \right] + c1 \cdot (c2 + p + 2d - exx) \right] & \text{if } c2 < exx \leq c2 + 2 \cdot \frac{(p + 2d)}{\pi} \\ \left[2 \cdot c2 \cdot \left(exx - \frac{c2}{2} \right) + \pi \cdot (p + 2d) \cdot \left[exx - c2 - \frac{2 \cdot (p + 2d)}{\pi} \right] + c1 \cdot (c2 + p + 2d - exx) \right] & \text{if } exx > c2 + 2 \cdot \frac{(p + 2d)}{\pi} \end{cases} = \blacksquare$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd} := \left[0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20 \text{cm}}{d} \right)^2 \right] \cdot \left(100 \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot fck \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado possuir armaduras de punção.

$$p'' := \blacksquare \text{ cm}$$

$$u'' := a1 + a2 + \pi d + \frac{\pi p}{2} - p'' = \blacksquare$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$Fsd3 := \left(\tau_{rd} - \frac{K1 \cdot Msd1}{Wp1' \cdot d} \right) \cdot (u^{3'} \cdot d) = \bullet \cdot kN$$

$$Fsd4 := \left(\tau_{rd} - \frac{K2 \cdot Msd2}{Wp2' \cdot d} \right) \cdot (u^{3'} \cdot d) = \bullet \cdot kN$$

$$Fsd^{3'} := \begin{cases} Fsd3 & \text{if } Fsd3 \leq Fsd4 \\ Fsd4 & \text{otherwise} \end{cases} = \bullet \cdot kN$$

$$Ruptura^3 := \begin{cases} Fsd & \text{if } Fsd \leq Fsd' \wedge Fsd \leq Fsd'' \\ Fsd' & \text{if } Fsd' \leq Fsd \wedge Fsd' \leq Fsd'' \\ Fsd'' & \text{otherwise} \end{cases} = \bullet$$

$$Conclusão := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."} & \text{if } Fsk \geq Ruptura \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a NBR 6118"} & \text{otherwise} \end{cases} = \bullet$$

$$Conclusão^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } Ruptura = Fsd \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } Ruptura = Fsd' \\ \text{" Ruptura na superfície C" " } & \text{otherwise} \end{cases} = \bullet$$

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita Fsd".

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

PILAR INTERNO

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 6d da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := \text{■} \cdot \text{cm}$
 $d' := \text{■} \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base..... $b := \text{■} \text{ cm}$
Altura..... $h := \text{■} \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := \text{■} \text{ cm}$

Taxas de armadura de tração

Taxa de aço em y..... $\rho_{ly} := \text{■}$

Taxa de aço em z..... $\rho_{lz} := \text{■}$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $V_{ek} := \text{■} \text{ kN}$

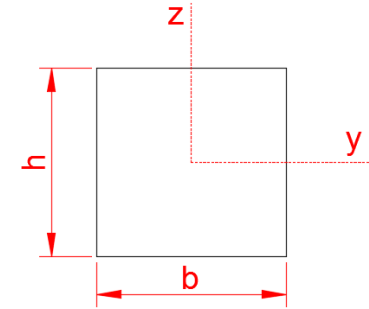
Momento fletor característico em y..... $M_{sky} := \text{■} \text{ kN}\cdot\text{m}$

Momento fletor característico em z..... $M_{skz} := \text{■} \text{ kN}\cdot\text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := \text{■} \text{ MPa}$

Resistência característica do aço..... $f_{yk} := \text{■} \text{ MPa}$



Coefficientes

Minoração da resistência do concreto.....

Transferência do momento fletor a esforço cisalhante.....

$$\gamma_c := 1.5$$

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } M_{sky} = 0 \wedge M_{skz} = 0 \\ 1.15 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2. PERÍMETRO

Perímetro da área carregada.....

*Perímetro inefetivo.....

Primeiro Perímetro de Controle.....

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot (b + h)] & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

$$u' := \begin{cases} 2\pi \cdot \left(\frac{\phi}{2} + 2d\right) - p' & \text{if } \phi \neq 0 \\ (u + 2\pi 2d - p') & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

3. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

3.1. FACE DO PILAR

Tensão Resistente.....

$$v := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{MPa}}\right) = \blacksquare$$

$$\tau_{rd2} := 0.4 \cdot v \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$V_{ed} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

3.2. Sem armadura de cisalhamento PERÍMETRO CRÍTICO'

$$k := \begin{cases} \left[1 + \left(\frac{200 \text{mm}}{d}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} & \text{if } \left[1 + \left(\frac{200 \text{mm}}{d}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \leq 2 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Taxas de armaduras de tração aderentes.....

$$\rho_l := \begin{cases} 0.02 & \text{if } 0.02 \leq (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{\frac{1}{2}} \\ (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$v_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := \begin{cases} \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2)^{\frac{1}{3}} \right] & \text{if } \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2)^{\frac{1}{3}} \geq v_{min} \\ v_{min} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$V_{ed}' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

3.2. Com armadura de cisalhamento PERÍMETRO CRÍTICO¹

Espaçamento radial.....

$$S_r := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento radial inicial.....

$$S_o := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento tangencial entre studs.....

$$S_t := \blacksquare \text{ cm}$$

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250 \text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15 \text{cm} \\ (300 \text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ywdef} := \begin{cases} \left(250 \text{MPa} + 0.25 \cdot \frac{\text{MPa}}{\text{cm}} \cdot d \right) & \text{if } \left(250 \text{MPa} + 0.25 \cdot \frac{\text{MPa}}{\text{cm}} \cdot d \right) \leq f_{ywd} \\ f_{ywd} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

3.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \blacksquare \text{ mm}$$

Área da armadura.....

$$A_{\phi} := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \blacksquare$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := \blacksquare$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := \blacksquare$$

¹ Se a resposta for "Ok!" deve-se prosseguir as verificações, caso contrário é necessário aumentar as dimensões do pilar para continuar o dimensionamento.

Armadura de cisalhamento.....

Comprimento arm de cisalhamento.....

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := 0.75 \cdot \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywdef}}{u' \cdot S_r} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

4.3. REGIÃO EXTERNA À ARMADURA²

*Perímetro inefetivo.....

Perímetro efetivo.....

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc}'' := 0.75 \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2 \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$\text{Ruptura}^3 := \begin{cases} \text{Ved} & \text{if } \mathbf{Ved} \leq \text{Ved}' \wedge \text{Ved} \leq \text{Ved}'' \\ \text{Ved}' & \text{if } \text{Ved}' \leq \text{Ved} \wedge \text{Ved}' \leq \text{Ved}'' \\ \text{Ved}'' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a Eurocode 2."} & \text{if } \mathbf{Vek} \geq \text{Ruptura} \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a Eurocode 2."} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$\text{Conclusão}^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } \text{Ruptura} = \mathbf{Ved} \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } \text{Ruptura} = \text{Ved}' \\ \text{" Ruptura na superfície C'' " } & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \blacksquare$$

$$p := \mathbf{So} + (\text{linhas} - 1) \cdot S_r = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

$$\text{Ved}' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$p'' := \blacksquare \cdot \text{cm}$$

$$u'' := u + 2 \cdot \pi \cdot (p + 1.5d) - p'' = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

$$\text{Ved}'' := \frac{\tau_{Rdc}'' \cdot u'' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado tiver armaduras de punção.

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita Fsd".

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

PILAR DE BORDA

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de $6d$ da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d :=$ ■ cm

$d' :=$ ■ cm

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Lado perpendicular à borda livre..... $c1 :=$ ■ cm

Lado paralelo à borda livre..... $c2 :=$ ■ cm

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi :=$ ■ cm

Taxas de armadura de tração

Taxa de aço em y..... $\rho_{ly} :=$ ■

Taxa de aço em z..... $\rho_{lz} :=$ ■

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $V_{ek} :=$ ■ kN

Momento fletor em y..... $M_{sky} :=$ ■ kN·m

Momento fletor em z..... $M_{skz} :=$ ■ kN·m

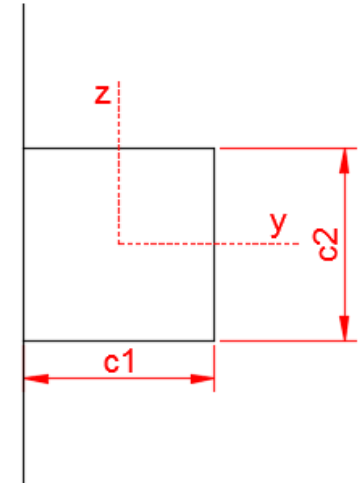
Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} :=$ ■ MPa

Resistência característica do aço..... $f_{yk} :=$ ■ MPa

Coefficientes

Minoração da resistência do concreto..... $\gamma_c :=$ 1.5



Transferência do momento fletor a esforço cisalhante.....

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } M_{sky} = 0 \wedge M_{skz} = 0 \\ 1.40 & \text{otherwise} \end{cases}$$

2. PERÍMETRO

Perímetro da área carregada.....

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (c_2 + 3d) & \text{if } c_2 + 3d \leq c_2 + 2c_1 \\ (c_2 + 2c_1) & \text{otherwise} \end{cases}$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

Primeiro Perímetro de Controle.....

$$u' := \begin{cases} \left[\frac{2\pi \cdot \left(\frac{\phi}{2} + 2d \right)}{2} \right] + c_1 - p' & \text{if } \phi \neq 0 \\ \left[\frac{(u + 2\pi 2d)}{2} + c_1 - p' \right] & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

3. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

3.1. FACE DO PILAR

Tensão Resistente.....

$$v := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{MPa}} \right) = \blacksquare$$

$$\tau_{rd2} := 0.4 \cdot v \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Solicitante.....

$$V_{ed} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

3.2. Sem armadura de cisalhamento PERÍMETRO CRÍTICO'

$$k := \begin{cases} \left[1 + \left(\frac{200 \text{mm}}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right] & \text{if } 1 + \left(\frac{200 \text{mm}}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \leq 2 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Taxas de armaduras de tração aderentes.....

$$\rho_l := \begin{cases} 0.02 & \text{if } 0.02 \leq (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{\frac{1}{2}} \\ (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$v_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := \begin{cases} \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2)^{\frac{1}{3}} \right] & \text{if } \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2)^{\frac{1}{3}} \geq v_{min} \\ v_{min} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$V_{ed}' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

3.2. Com armadura de cisalhamento PERÍMETRO CRÍTICO¹

Espaçamento radial.....

$$s_r := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento radial inicial.....

$$s_o := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento tangencial entre studs.....

$$s_t := \blacksquare \text{ cm}$$

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250 \text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15 \text{cm} \\ (300 \text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ywdef} := \begin{cases} \left(250 \text{MPa} + 0.25 \cdot \frac{\text{MPa}}{\text{cm}} \cdot d \right) & \text{if } \left(250 \text{MPa} + 0.25 \cdot \frac{\text{MPa}}{\text{cm}} \cdot d \right) \leq f_{ywd} \\ f_{ywd} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

4.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \blacksquare \text{ mm}$$

Área da armadura.....

$$A_{\phi} := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = \blacksquare \cdot \text{cm}^2$$

¹ Se a resposta for "Ok!" deve-se prosseguir as verificações, caso contrário é necessário aumentar as dimensões do pilar para continuar o dimensionamento.

Quantidade de studs.....

studs := ■

Quantidade de linhas.....

linhas := ■

Quantidade de colunas.....

colunas := ■

Armadura de cisalhamento.....

quant := linhas·colunas = ■

Comprimento arm de cisalhamento.....

p := So + (linhas - 1)·Sr = ■·cm

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := 0.75 \cdot \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A\phi \cdot \text{quant}) \cdot f_{ywdef}}{u' \cdot S_r} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$Ved' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

3.3. REGIÃO EXTERNA À ARMADURA²

*Perímetro inefetivo.....

p'' := cm

Perímetro efetivo.....

$$u'' := u + \frac{2 \cdot \pi \cdot (p + 1.5d)}{2} - p'' = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc}'' := 0.75 \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2\right)^{\frac{1}{3}} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$Ved'' := \frac{\tau_{Rdc}'' \cdot u'' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$\text{Ruptura}^3 := \begin{cases} Ved & \text{if } Ved \leq Ved' \wedge Ved \leq Ved'' \\ Ved' & \text{if } Ved' \leq Ved \wedge Ved' \leq Ved'' \\ Ved'' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a Eurocode 2."} & \text{if } V_{ek} \geq \text{Ruptura} \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a Eurocode 2."} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$\text{Conclusão}^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } \text{Ruptura} = Ved \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } \text{Ruptura} = Ved' \\ \text{" Ruptura na superfície C'' " } & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

PILAR DE CANTO

Legenda:

Palavras em fonte *itálico*: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de $6d$ da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := \blacksquare$ mm
 $d' := \blacksquare$ cm

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Lado paralelo à borda paralela ao eixo y..... $c1 := \blacksquare$ cm

Lado paralelo à borda paralela ao eixo z..... $c2 := \blacksquare$ cm

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := \blacksquare$ cm

Taxas de armadura de tração

Taxa de aço em y..... $\rho_{ly} := \blacksquare$

Taxa de aço em z..... $\rho_{lz} := \blacksquare$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $V_{ed} := \blacksquare$ kN

Momento fletor em y..... $M_{sky} := \blacksquare$ kN·m

Momento fletor em z..... $M_{skz} := \blacksquare$ kN·m

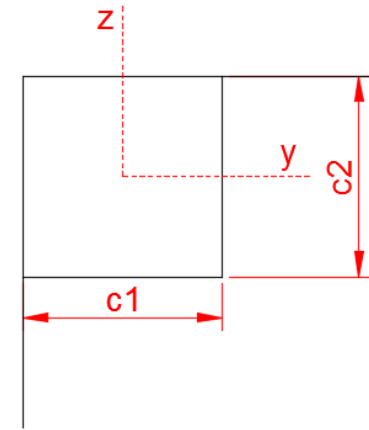
Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := \blacksquare$ MPa

Resistência característica do aço..... $f_{yk} := \blacksquare$ MPa

Coefficientes

Minoração da resistência do concreto..... $\gamma_c := 1.5$



Transferência do momento fletor a esforço cisalhante.....

2. PERÍMETRO

Perímetro da área carregada.....

*Perímetro inefetivo.....

Primeiro Perímetro de Controle.....

3. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

3.1. FACE DO PILAR

Tensão Resistente.....

Força Solicitante de cálculo normativa.....

**3.2. Sem armadura de cisalhamento
PERÍMETRO CRÍTICO'**

$$k := \begin{cases} \left[1 + \left(\frac{200\text{mm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} & \text{if } 1 + \left(\frac{200\text{mm}}{d} \right)^2 \leq 2 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Taxas de armaduras de tração aderentes.....

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } M_{sky} = 0 \wedge M_{skz} = 0 \\ 1.50 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (3d) & \text{if } 3d \leq c1 + c2 \\ (c1 + c2) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

$$u' := \begin{cases} \left[\frac{2\pi \cdot \left(\frac{\phi}{2} + 2d \right)}{2} \right] + \frac{2\pi 2d}{4} - p' & \text{if } \phi \neq 0 \\ \left(c1 + c2 + \frac{2\pi 2d}{4} - p' \right) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$v := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250\text{MPa}} \right) = \blacksquare$$

$$\tau_{rd2} := 0.4 \cdot v \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$V_{ed} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

$$\rho_l := \begin{cases} 0.02 & \text{if } 0.02 \leq (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{\frac{1}{2}} \\ (\rho_{ly} \cdot \rho_{lz})^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$v_{min} := 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := \begin{cases} \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\text{kg}^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{\text{m}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{s}^{\frac{4}{3}}}{\text{m}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{s}^{\frac{4}{3}}}\right)} \right] & \text{if } \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\text{kg}^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{\text{m}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{s}^{\frac{4}{3}}}{\text{m}^{\frac{2}{3}} \cdot \text{s}^{\frac{4}{3}}}\right)} \right] \geq v_{min} \\ v_{min} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$V_{ed}' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

3.2. Com armadura de cisalhamento PERÍMETRO CRÍTICO'

Espaçamento radial.....

$$S_r := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento radial inicial.....

$$S_o := \blacksquare \text{ cm}$$

Espaçamento tangencial entre studs.....

$$S_t := \blacksquare \text{ cm}$$

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250 \text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15 \text{cm} \\ (300 \text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ywdef} := \begin{cases} \left(250 \text{MPa} + 0.25 \cdot \frac{\text{MPa}}{\text{cm}} \cdot d \right) & \text{if } \left(250 \text{MPa} + 0.25 \cdot \frac{\text{MPa}}{\text{cm}} \cdot d \right) \leq f_{ywd} \\ f_{ywd} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

3.2.1. QUANTIDADE DE ARMADURA DE PUNÇÃO

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \text{mm}$$

Área da armadura.....

$$A_{\phi} := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = 7.854 \times 10^{-3} \cdot \text{cm}^2$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \blacksquare$$

Quantidade de linhas.....

linhas := ■

Quantidade de colunas.....

colunas := ■

Armadura de cisalhamento.....

quant := **linhas**·colunas = ■

Comprimento arm de cisalhamento.....

p := **So** + (linhas - 1)·Sr = ■·cm

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := 0.75 \cdot \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \mathbf{k} \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywdef}}{u' \cdot S_r} = \mathbf{\cdot} \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$V_{ed}' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = \mathbf{\cdot} \text{kN}$$

3.3. REGIÃO EXTERNA À ARMADURA²

*Perímetro inefetivo.....

p'' := cm

Perímetro efetivo.....

$$u'' := \mathbf{u} + \frac{2 \cdot \pi \cdot (p + 1.5d)}{4} - p'' = \mathbf{\cdot} \text{cm}$$

Módulo de resistência plástica:

$$W_{p1}' := \frac{c1^2}{2} + c1 \cdot c2 + 4 \cdot c2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi d \cdot c1 + 2 \cdot c2 \cdot \mathbf{p} + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot c1 \cdot p = \mathbf{\cdot} \text{cm}^2$$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado tiver armaduras de punção.

$$W_{p2}' := \frac{c2^2}{2} + c1 \cdot c2 + 4 \cdot c1 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi d \cdot c2 + 2 \cdot c1 \cdot \mathbf{p} + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot c2 \cdot p = \mathbf{\cdot} \text{cm}^2$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc}' := 0.75 \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \mathbf{k} \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2 \right)^{\frac{1}{3}} \right] = \mathbf{\cdot} \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$Ved'' := \frac{\tau Rdc' \cdot u'' \cdot d}{\beta} = \blacksquare \cdot kN$$

$$Ruptura^3 := \begin{cases} Ved & \text{if } Ved \leq Ved' \wedge Ved \leq Ved'' \\ Ved' & \text{if } Ved' \leq Ved \wedge Ved' \leq Ved'' \\ Ved'' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$Conclus\~ao := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a Eurocode 2."} & \text{if } Vek \geq Ruptura \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfat\~orio conforme a Eurocode 2."} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$Conclus\~ao^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superf\~icie C " } & \text{if } Ruptura = Ved \\ \text{" Ruptura na superf\~icie C' " } & \text{if } Ruptura = Ved' \\ \text{" Ruptura na superf\~icie C " } & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita F_{sd} ".

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do ACI 318-14.

PILAR INTERNO

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 10h da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil.....

$d := \blacksquare \cdot \text{cm}$

$d' := \blacksquare \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base.....

$c1 := \blacksquare \text{ cm}$

Altura.....

$c2 := \blacksquare \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro.....

$\phi := \blacksquare \text{ cm}$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental.....

$F_{sk} := \blacksquare \text{ kN}$

Momento fletor em x.....

$M_{skx} := \blacksquare \text{ kN}\cdot\text{m}$

Momento fletor em y.....

$M_{sly} := \blacksquare \text{ kN}\cdot\text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto.....

$f_{ck} := \blacksquare \text{ MPa}$

Resistência característica do aço.....

$f_{yk} := \blacksquare \text{ MPa}$

Coefficientes

Majoração dos esforços.....

$\gamma_f := 1.4$

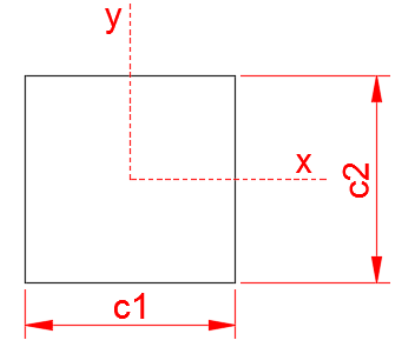
2. VALORES DE CÁLCULO

Momento Fletor em X.....

$M_{ux} := M_{skx} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN}\cdot\text{cm}$

Momento Fletor em Y.....

$M_{uy} := M_{sly} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN}\cdot\text{cm}$



3. PROPRIEDADES DA SEÇÃO CRÍTICA

Comprimento da seção crítica.....

$$l_{x1} := \begin{cases} (\phi + d) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (c1 + d) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

*Perímetro inefetivo.....

$$l_{y1} := \begin{cases} (\phi + d) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (c2 + d) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Perímetro efetivo.....

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

$$b_o := \begin{cases} [\pi \cdot (l_{x1}) - p'] & \text{if } \phi \neq 0 \\ 2(l_{x1} + l_{y1}) - p' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Área de concreto da seção crítica.....

$$A_c := b_o \cdot d = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{l_{y1}}{l_{x1}}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{l_{x1}}{l_{y1}}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Relação entre o maior e menor lado do pilar.....

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c1}{c2} & \text{if } c1 > c2 \\ \frac{c2}{c1} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Momento polar de inércia:

$$J_x := \frac{d \cdot (l_{y1})^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (l_{y1})}{6} + \frac{d \cdot (l_{x1}) \cdot (l_{y1})^2}{2} = \blacksquare$$

$$J_y := \frac{d \cdot (lx1)^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (lx1)}{6} + \frac{d \cdot (ly1) \cdot (lx1)^2}{2} = \blacksquare$$

$$J_c := d \cdot \left(\frac{lx1^3}{6} + \frac{ly1 \cdot lx1^2}{2} \right) + \frac{lx1 \cdot d^3}{6} = \blacksquare$$

Centroide.....

$$ex := \begin{cases} \frac{\phi}{2} & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c1}{2} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$ey := \begin{cases} \frac{\phi}{2} & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c2}{2} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

4. TENSÃO RESISTENTE

4.1. Compressão diagonal do concreto PERÍMETRO EFETIVO

Fator redutor da resistência ao cisalhamento.....

$$\varphi := 0.75$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_n := \varphi \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}}}{2} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u := \begin{cases} \left[\tau_n - \left(\frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot ey}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot ex}{J_y} \right) \right] \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_n - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot ey}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\tau_n - \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot ex}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

**4.2. Sem armadura de cisalhamento
PERÍMETRO EFETIVO¹**

Tensão Resistente.....

$$\tau_{n1} := \left[\left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{12} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n2} := \left(\frac{40 \cdot d}{b_o} + 2 \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{12} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n3} := \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{3} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_c := \begin{cases} \tau_{n1} & \text{if } \tau_{n1} \leq \tau_{n2} \wedge \tau_{n1} \leq \tau_{n3} \\ \tau_{n2} & \text{if } \tau_{n2} \leq \tau_{n1} \wedge \tau_{n2} \leq \tau_{n3} \\ \tau_{n3} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u' := \begin{cases} \left[\tau_c - \left(\frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y} \right) \right] \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

**4.2. Com armadura de cisalhamento
PERÍMETRO EFETIVO¹**

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250 \text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15 \text{cm} \\ (300 \text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

4.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Espaçamento da armadura na direção perpendicular ao pilar.....

$$s_o := \blacksquare \text{ cm}$$

¹ Manter na planilha apenas o item que contem as fórmulas na condição que foi realizado o experimento: sem ou com armaduras de punção.

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \blacksquare \text{ mm}$$

Área da armadura.....

$$A\phi := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot}^2)}{4}$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \blacksquare$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := \blacksquare$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := \blacksquare$$

Armadura de cisalhamento.....

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \blacksquare$$

Comprimento arm de cisalhamento.....

$$p := \text{so} + (\text{linhas} - 1) \cdot \text{so} = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente relativa ao concreto.....

$$\tau_c' := \begin{cases} \tau_c & \text{if } \tau_c \leq 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \\ 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente relativa ao aço.....

$$\tau_s := \frac{(A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{\text{so} \cdot \text{bo}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_c := \begin{cases} (\tau_c' + \tau_s) & \text{if } \tau_c' + \tau_s \leq 0.5 \cdot \varphi \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \\ \left[0.5 \cdot \varphi \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \right] & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u' := \begin{cases} \left[\tau_c - \left(\frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y} \right) \right] \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

4.3. Com armadura de cisalhamento
D/2 DO PERÍMETRO EFETIVO²

Tensão Resistente.....

$$\tau_c'' := 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx}'' := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{ly1 + 2p}{lx1 + p}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy}'' := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{lx1 + p}{ly1 + 2p}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Momento polar de inércia:

$$J_{x'} := \frac{d \cdot (lx1 + 2p)^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (lx1 + 2p)}{6} + (ly1 + 2p) \cdot d \cdot ex^2 + 2d \cdot (lx1 + 2p) \cdot \left(\frac{lx1 + 2p}{2} - ex\right)^2 = \blacksquare$$

$$J_{y'} := \frac{d \cdot (ly1 + 2p)^3}{12} + \frac{d^3 \cdot (ly1 + 2p)}{12} + 2d \cdot (lx1 + 2p) \cdot ey^2 = \blacksquare$$

$$J_c' := d \cdot \left[\frac{(lx1 + 2p)^3}{6} + \frac{(ly1 + 2p) \cdot (lx1 + 2p)^2}{2} \right] + \frac{(lx1 + 2p) \cdot d^3}{6} = \blacksquare$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p'' := \blacksquare \text{ cm}$$

Área de concreto na seção crítica dos studs:

$$Ac' := \begin{cases} \left[2\pi \left(\frac{\phi}{2} + p + d \right) - p'' \right] \cdot d & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot (c1 + c2) + 2\pi(p + d) - p''] \cdot d & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Distância do centro do pilar ao CG do perímetro crítico.....

$$g_{x''} := \frac{lx1 + p}{2} - ex = \blacksquare$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado tiver armaduras de punção.

$$F_u'' := \begin{cases} \left[\tau_c'' - \left(\frac{\gamma_{vx}'' \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x'} + \frac{\gamma_{vy}'' \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y'} \right) \right] \cdot A_c' & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_c'' - \frac{\gamma_{vx}'' \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c'} \right) \cdot A_c' & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\tau_c'' - \frac{\gamma_{vy}'' \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c'} \right) \cdot A_c' & \text{otherwise} \end{cases} \cdot \text{kN}$$

$$Ruptura^3 := \begin{cases} F_u & \text{if } F_u \leq F_u' \wedge F_u \leq F_u'' \\ F_u' & \text{if } F_u' \leq F_u \wedge F_u' \leq F_u'' \\ F_u'' & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclus\~ao := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a ACI 318."} & \text{if } F_{sk} \geq Ruptura \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfat\~orio conforme a ACI 318"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclus\~ao^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superf\~icie C " } & \text{if } Ruptura = F_u \\ \text{" Ruptura na superf\~icie C' " } & \text{if } Ruptura = F_u' \\ \text{" Ruptura na superf\~icie C'' " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

³ Se n\~ao houver armaduras de cisalhamento retirar da verifica\~ao as compara\~oes realizadas com a inc\~ognita F_sd''.

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do ACI 318-14.

PILAR DE BORDA

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 10h da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := \blacksquare \text{ cm}$

$d' := \blacksquare \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Lado perpendicular à borda livre..... $c1 := \blacksquare \text{ cm}$

Lado paralelo à borda livre..... $c2 := \blacksquare \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := \blacksquare \text{ cm}$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $F_{sk} := \blacksquare \text{ kN}$

Momento no plano perpendicular à borda livre..... $M_{sk1} := \blacksquare \text{ kN}\cdot\text{m}$

Momento no plano paralelo à borda livre..... $M_{sk2} := \blacksquare \text{ kN}\cdot\text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := \blacksquare \text{ MPa}$

Resistência característica do aço..... $f_{yk} := \blacksquare \text{ MPa}$

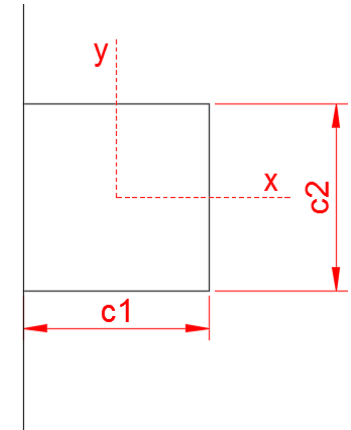
Coefficientes

Majoração dos esforços..... $\gamma_f := \blacksquare$

2. VALORES DE CÁLCULO

Momento no plano perpendicular à borda livre..... $M_{ux} := M_{sk1} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN}\cdot\text{cm}$

Momento no plano paralelo à borda livre..... $M_{uy} := M_{sk2} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN}\cdot\text{cm}$



3. PROPRIEDADES DA SEÇÃO CRÍTICA

Comprimento da seção crítica.....

$$lx1 := \begin{cases} \left(\phi + \frac{d}{2}\right) & \text{if } \phi \neq 0 \\ \left(c1 + \frac{d}{2}\right) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

*Perímetro inefetivo.....

$$ly1 := \begin{cases} (\phi + d) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (c2 + d) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Perímetro efetivo.....

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

$$bo := \begin{cases} [\pi \cdot (lx1) - p'] & \text{if } \phi \neq 0 \\ (2lx1 + ly1) - p' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Área de concreto da seção crítica.....

$$Ac := bo \cdot d = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{ly1}{lx1}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{lx1}{ly1}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Relação entre o maior e menor lado do pilar.....

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c1}{c2} & \text{if } c1 > c2 \\ \frac{c2}{c1} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Centroide.....

$$ex := \frac{lx1^2}{bo} = \blacksquare$$

$$e_y := \frac{l_{y1}}{2} = \blacksquare$$

$$g_x := \frac{l_{x1}}{2} - e_x = \blacksquare$$

Distância do centro do pilar ao CG do perímetro crítico.....

Momento polar de inércia:

$$J_x := \frac{d \cdot l_{x1}^3}{6} + \frac{d^3 \cdot l_{x1}}{6} + l_{y1} \cdot d \cdot e_x^2 + 2d \cdot l_{x1} \cdot \left(\frac{l_{x1}}{2} - e_x \right)^2 = \blacksquare$$

$$J_y := \frac{d \cdot l_{y1}^3}{12} + \frac{d^3 \cdot l_{y1}}{12} + 2d \cdot l_{x1} \cdot e_y^2 = \blacksquare$$

$$J_c := d \cdot \left(\frac{l_{x1}^3}{6} + \frac{l_{y1} \cdot l_{x1}^2}{2} \right) + \frac{l_{x1} \cdot d^3}{6} = \blacksquare$$

4. TENSÃO RESISTENTE

4.1. Compressão diagonal do concreto PERÍMETRO EFETIVO

Fator redutor da resistência ao cisalhamento.....

$$\varphi := \blacksquare$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_n := \varphi \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}}}{2} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u := \begin{cases} \frac{A_c \cdot J_y \cdot \left(\tau_n - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} \right) - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_n - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_n - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

4.2. Sem armadura de cisalhamento PERÍMETRO EFETIVO¹

Tensão Resistente.....

$$\tau_{n1} := \left[\left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa}) \left(\frac{1}{2} \right)}{12} \right] = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n2} := \left(\frac{30 \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa}) \left(\frac{1}{2} \right)}{12} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n3} := \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa}) \left(\frac{1}{2} \right)}{3} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_c := \begin{cases} \tau_{n1} & \text{if } \tau_{n1} \leq \tau_{n2} \wedge \tau_{n1} \leq \tau_{n3} \\ \tau_{n2} & \text{if } \tau_{n2} \leq \tau_{n1} \wedge \tau_{n2} \leq \tau_{n3} \\ \tau_{n3} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u' := \begin{cases} \frac{A_c \cdot J_y \cdot \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} \right) - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} \right) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{kN}$$

4.2. Com armadura de cisalhamento PERÍMETRO EFETIVO¹

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250 \text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15 \text{cm} \\ (300 \text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

4.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Espaçamento da armadura na direção perpendicular ao pilar.....

$$s_0 := \blacksquare \text{ cm}$$

¹ Manter na planilha apenas o item que contem as fórmulas na condição que foi realizado o experimento: sem ou com armaduras de punção.

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \blacksquare \text{ mm}$$

Área da armadura.....

$$A\phi := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4}$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \blacksquare$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := \blacksquare$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := \blacksquare$$

Armadura de cisalhamento.....

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \blacksquare$$

Comprimento arm de cisalhamento.....

$$p := \text{so} + (\text{colunas} - 1) \cdot \text{so} = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente relativa ao concreto.....

$$\tau_c' := \begin{cases} \tau_c & \text{if } \tau_c \leq 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \\ 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente relativa ao aço.....

$$\tau_s := \frac{(A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{\text{so} \cdot \text{bo}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_c := \begin{cases} (\tau_c' + \tau_s) & \text{if } \tau_c' + \tau_s \leq 0.5 \cdot \varphi \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \\ \left[0.5 \cdot \varphi \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \right] & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u := \begin{cases} \frac{A_c \cdot J_y \cdot \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} \right) - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 = \blacksquare \cdot \text{kN} \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{otherwise} \end{cases}$$

4.3. Com armadura de cisalhamento D/2 DO PERÍMETRO EFETIVO²

Tensão Resistente.....

$$\tau_c'' := 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx}'' := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{l_{y1} + 2p}{l_{x1} + p} \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \right] = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy}'' := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{l_{x1} + p}{l_{y1} + 2p} \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \right] = \blacksquare$$

Momento polar de inércia:

$$J_{x'} := \frac{d \cdot (l_{x1} + p)^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (l_{x1} + p)}{6} + (l_{y1} + 2p) \cdot d \cdot e_x^2 + 2d \cdot (l_{x1} + p) \cdot \left(\frac{l_{x1} + p}{2} - e_x \right)^2 = \blacksquare$$

$$J_{y'} := \frac{d \cdot (l_{y1} + 2p)^3}{12} + \frac{d^3 \cdot (l_{y1} + 2p)}{12} + 2d \cdot (l_{x1} + p) \cdot e_y^2 = \blacksquare$$

$$J_c' := d \cdot \left[\frac{(l_{x1} + p)^3}{6} + \frac{(l_{y1} + 2p) \cdot (l_{x1} + p)^2}{2} \right] + \frac{(l_{x1} + p) \cdot d^3}{6} = \blacksquare$$

Área de concreto na seção crítica dos studs:

*Perímetro inefetivo..... $p'' := \blacksquare \text{ cm}$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado tiver armaduras de punção.

$$Ac' := \begin{cases} \left[\pi \left(\frac{\phi}{2} + p + d \right) - p'' \right] \cdot d & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot c1 + c2 + \pi(p + d) - p''] \cdot d & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Distância do centro do pilar ao CG do perímetro crítico..... $gx'' := \frac{lx1 + p}{2} - ex = \blacksquare$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$Fu'' := \begin{cases} \frac{Ac' \cdot Jy' \cdot \left(\tau c'' - \frac{\gamma vx'' \cdot Mux \cdot ey}{Jx'} \right) - Ac' \cdot \gamma vy'' \cdot Muy \cdot ex}{Jy - Ac' \cdot \gamma vy'' \cdot ex \cdot gx''} & \text{if } Mux \neq 0 \wedge Muy \neq 0 = \blacksquare \cdot kN \\ \left(\tau c'' - \frac{\gamma vx'' \cdot Mux \cdot ey}{Jc'} \right) \cdot Ac' & \text{if } Mux \neq 0 \\ \frac{Ac' \cdot Jc' \cdot \tau c'' - Ac' \cdot \gamma vy'' \cdot Muy \cdot ex}{Jc' - Ac' \cdot \gamma vy'' \cdot ex \cdot gx''} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Ruptura^3 := \begin{cases} Fu & \text{if } Fu \leq Fu' \wedge Fu \leq Fu'' = \blacksquare \\ Fu' & \text{if } Fu' \leq Fu \wedge Fu' \leq Fu'' \\ Fu'' & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclusão := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a ACI 318."} & \text{if } Fsk \geq Ruptura = \blacksquare \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a ACI 318"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclusão^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } Ruptura = Fu = \blacksquare \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } Ruptura = Fu' \\ \text{" Ruptura na superfície C'' " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita Fsd".

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do ACI 318-14.

PILAR DE CANTO

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 10h da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil.....

$d := \blacksquare \cdot \text{cm}$

$d' := \blacksquare \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Lado paralelo à borda paralela ao eixo x.....

$c1 := \blacksquare \text{ cm}$

Lado paralelo à borda paralela ao eixo y.....

$c2 := \blacksquare \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro.....

$\phi := \blacksquare \text{ cm}$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental.....

$F_{sk} := \blacksquare \text{ kN}$

Momento no plano perpendicular à borda paralela ao eixo x.....

$M_{sk1} := \blacksquare \text{ kN}\cdot\text{m}$

Momento no plano perpendicular à borda paralela ao eixo y.....

$M_{sk2} := \blacksquare \text{ kN}\cdot\text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto.....

$f_{ck} := \blacksquare \text{ MPa}$

Resistência característica do aço.....

$f_{yk} := \blacksquare \text{ MPa}$

Coefficientes

Majoração dos esforços.....

$\gamma_f := 1.4$

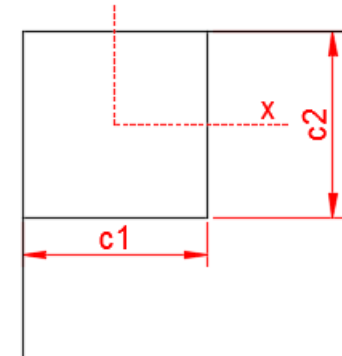
2. VALORES DE CÁLCULO

Momento no plano perpendicular à borda livre.....

$M_{ux} := M_{sk1} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN}\cdot\text{cm}$

Momento no plano paralelo à borda livre.....

$M_{uy} := M_{sk2} \cdot \gamma_f = \blacksquare \cdot \text{kN}\cdot\text{cm}$



3. PROPRIEDADES DA SEÇÃO CRÍTICA

Comprimento da seção crítica.....

$$l_{x1} := \begin{cases} \left(\phi + \frac{d}{2} \right) & \text{if } \phi \neq 0 \\ \left(c1 + \frac{d}{2} \right) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

$$l_{y1} := \begin{cases} \left(\phi + \frac{d}{2} \right) & \text{if } \phi \neq 0 \\ \left(c2 + \frac{d}{2} \right) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Área de concreto da seção crítica.....

$$A_c := 2 \cdot d \cdot (c1 + c2 + d) = \blacksquare$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := \blacksquare \text{ cm}$$

Perímetro efetivo.....

$$b_o := \begin{cases} [\pi \cdot (l_{x1}) - p'] & \text{if } \phi \neq 0 \\ (l_{x1} + l_{y1}) - p' & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{l_{y1}}{l_{x1}} \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \right] = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3} \right) \cdot \left(\frac{l_{x1}}{l_{y1}} \right)^{\left(\frac{1}{2} \right)}} \right] = \blacksquare$$

Relação entre o maior e menor lado do pilar.....

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c1}{c2} & \text{if } c1 > c2 \\ \frac{c2}{c1} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Centroide.....

$$e_x := \frac{l_{x1}^2}{2 \cdot b_o} = \blacksquare$$

$$e_y := \frac{l_{y1}^2}{2 \cdot b_o} = \blacksquare$$

Distância do centro do pilar ao CG do perímetro crítico.....

$$g_x := \frac{l_{x1}}{2} - e_x = \blacksquare$$

$$g_y := \frac{l_{y1}}{2} - e_y = \blacksquare$$

Momento polar de inércia:

$$J_x := \frac{d \cdot l_{x1}^3}{6} + \frac{d^3 \cdot l_{x1}}{6} + l_{y1} \cdot d \cdot e_x^2 + 2d \cdot l_{x1} \cdot \left(\frac{l_{x1}}{2} - e_x \right)^2 = \blacksquare$$

$$J_y := \frac{d \cdot l_{y1}^3}{12} + \frac{d^3 \cdot l_{y1}}{12} + 2d \cdot l_{x1} \cdot e_y^2 = \blacksquare$$

$$J_c := d \cdot \left(\frac{l_{x1}^3}{6} + \frac{l_{y1} \cdot l_{x1}^2}{2} \right) + \frac{l_{x1} \cdot d^3}{6} = \blacksquare$$

4. TENSÃO RESISTENTE

4.1. Compressão diagonal do concreto PERÍMETRO EFETIVO

Fator redutor da resistência ao cisalhamento.....

$$\varphi := \blacksquare$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_n := \varphi \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}}}{2}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u := \begin{cases} \left(\frac{\tau_n - \frac{\gamma_{vx} \cdot e_y \cdot M_{ux}}{J_x} - \frac{\gamma_{vy} \cdot e_x \cdot M_{uy}}{J_y}}{\frac{1}{A_c} - \frac{\gamma_{vx} \cdot g_y \cdot e_y}{J_x} - \frac{\gamma_{vy} \cdot g_x \cdot e_x}{J_y}} \right) & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 = \bullet \cdot \text{kN} \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_n - A_c \cdot \gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vx} \cdot e_y \cdot g_y} & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_n - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{otherwise} \end{cases}$$

4.2. Sem armadura de cisalhamento PERÍMETRO EFETIVO'

Tensão Resistente.....

$$\tau_{n1} := \left[\left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{12} \right] = \bullet \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n2} := \left(\frac{20 \cdot d}{b_o} + 2 \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{12} = \bullet \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n3} := \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{3} = \bullet \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_c := \begin{cases} \tau_{n1} & \text{if } \tau_{n1} \leq \tau_{n2} \wedge \tau_{n1} \leq \tau_{n3} = \bullet \cdot \text{MPa} \\ \tau_{n2} & \text{if } \tau_{n2} \leq \tau_{n1} \wedge \tau_{n2} \leq \tau_{n3} \\ \tau_{n3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u' := \begin{cases} \left(\frac{\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot e_y \cdot M_{ux}}{J_x} - \frac{\gamma_{vy} \cdot e_x \cdot M_{uy}}{J_y}}{\frac{1}{A_c} - \frac{\gamma_{vx} \cdot g_y \cdot e_y}{J_x} - \frac{\gamma_{vy} \cdot g_x \cdot e_x}{J_y}} \right) & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 = \bullet \cdot \text{kN} \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_c - A_c \cdot \gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vx} \cdot e_y \cdot g_y} & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{otherwise} \end{cases}$$

4.2. Com armadura de cisalhamento
PERÍMETRO EFETIVO¹

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250\text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15\text{cm} \\ (300\text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

4.2.1. QUANTIDADE NECESSÁRIA DE ARMADURA

Espaçamento da armadura na direção perpendicular ao pilar.....

$$s_o := \blacksquare \text{ cm}$$

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := \blacksquare \text{ mm}$$

Área da armadura.....

$$A\phi := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4}$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := \blacksquare$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := \blacksquare$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := \blacksquare$$

Armadura de cisalhamento.....

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = \blacksquare$$

Comprimento arm de cisalhamento.....

$$p := s_o + (\text{linhas} - 1) \cdot s_o = \blacksquare \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente relativa ao concreto.....

$$\tau_c' := \begin{cases} \tau_c & \text{if } \tau_c \leq 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \\ 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente relativa ao aço.....

$$\tau_s := \frac{(A\phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{s_o \cdot b_o} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_c := \begin{cases} (\tau_c' + \tau_s) & \text{if } \tau_c' + \tau_s \leq 0.5 \cdot \varphi \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \\ \left[0.5 \cdot \varphi \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} \right] & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

¹ Manter na planilha apenas o item que contem as fórmulas na condição que foi realizado o experimento: sem ou com armaduras de punção.

$$F_u' := \begin{cases} \left(\begin{array}{l} \tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot e_y \cdot M_{ux}}{J_x} - \frac{\gamma_{vy} \cdot e_x \cdot M_{uy}}{J_y} \\ \frac{1}{A_c} - \frac{\gamma_{vx} \cdot g_y \cdot e_y}{J_x} - \frac{\gamma_{vy} \cdot g_x \cdot e_x}{J_y} \end{array} \right) & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 = \blacksquare \cdot \text{kN} \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_c - A_c \cdot \gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vx} \cdot e_y \cdot g_y} & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \frac{A_c \cdot J_c \cdot \tau_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c - A_c \cdot \gamma_{vy} \cdot e_x \cdot g_x} & \text{otherwise} \end{cases}$$

4.3. Com armadura de cisalhamento D/2 DO PERÍMETRO EFETIVO²

Tensão Resistente.....

$$\tau_c'' := 0.17 \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = \blacksquare \cdot \text{MPa}$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx}'' := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{ly1 + p}{lx1 + p}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy}'' := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{lx1 + p}{ly1 + p}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = \blacksquare$$

Momento polar de inércia:

$$J_x' := \frac{d \cdot (lx1 + p)^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (lx1 + p)}{6} + (ly1 + p) \cdot d \cdot ex^2 + 2d \cdot (lx1 + p) \cdot \left(\frac{lx1 + p}{2} - ex\right)^2 = \blacksquare$$

$$J_y' := \frac{d \cdot (ly1 + p)^3}{12} + \frac{d^3 \cdot (ly1 + p)}{12} + 2d \cdot (lx1 + p) \cdot ey^2 = \blacksquare$$

$$J_c' := d \cdot \left[\frac{(lx1 + p)^3}{6} + \frac{(ly1 + p) \cdot (lx1 + p)^2}{2} \right] + \frac{(lx1 + p) \cdot d^3}{6} = \blacksquare$$

² Manter na planilha apenas se o experimento realizado tiver armaduras de punção.

Área de concreto na seção crítica dos studs:

*Perímetro inefetivo..... $p'' := \blacksquare$ cm

$$Ac' := \begin{cases} \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{\phi}{2} + p + d \right) - p'' \right] \cdot d & \text{if } \phi \neq 0 \\ \left[c1 + c2 + \frac{\pi(p + d)}{2} - p'' \right] \cdot d & \text{otherwise} \end{cases} = \blacksquare$$

Distância do centro do pilar ao CG do perímetro crítico..... $gx'' := \frac{lx1 + p}{2} - ex = \blacksquare$

$$gy'' := \frac{ly1 + p}{2} - ey = \blacksquare$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$Fu'' := \begin{cases} \left(\frac{\tau_c'' - \frac{\gamma_{vx}'' \cdot ey \cdot Mux}{Jx'} - \frac{\gamma_{vy}'' \cdot ex \cdot Muy}{Jy'}}{\frac{1}{Ac'} - \frac{\gamma_{vx}'' \cdot gy'' \cdot ey}{Jx'} - \frac{\gamma_{vy}'' \cdot gx'' \cdot ex}{Jy'}} \right) & \text{if } Mux \neq 0 \wedge Muy \neq 0 = \blacksquare \cdot \text{kN} \\ \frac{Ac' \cdot Jc' \cdot \tau_c'' - Ac' \cdot \gamma_{vx}'' \cdot Mux \cdot ey}{Jc' - Ac' \cdot \gamma_{vx}'' \cdot ey \cdot gy''} & \text{if } Mux \neq 0 \\ \frac{Ac' \cdot Jc' \cdot \tau_c'' - Ac' \cdot \gamma_{vy}'' \cdot Muy \cdot ex}{Jc' - Ac' \cdot \gamma_{vy}'' \cdot ex \cdot gx''} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Ruptura^3 := \begin{cases} Fu & \text{if } Fu \leq Fu' \wedge Fu \leq Fu'' = \blacksquare \\ Fu' & \text{if } Fu' \leq Fu \wedge Fu' \leq Fu'' \\ Fu'' & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclusão := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a ACI 318."} & \text{if } Fsk \geq Ruptura = \blacksquare \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a ACI 318"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Conclusão³ := $\left\{ \begin{array}{l} \text{" Ruptura na superfície C " } \text{ if Ruptura} = F_u = \blacksquare \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } \text{ if Ruptura} = F_u' \\ \text{" Ruptura na superfície C " } \text{ otherwise} \end{array} \right.$

³ Se não houver armaduras de cisalhamento retirar da verificação as comparações realizadas com a incógnita F_{sd} .

APÊNDICE C
PREVISÃO DE CARGAS DE RUPTURA DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

PILAR INTERNO - LAJE LISA: LF1 - TRABALHO: LOURENÇO, 2018.

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 8d da face do pilar.

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := 9.2 \text{ cm}$
 $d' := 3.8 \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base..... $b := 15 \text{ cm}$
Altura..... $h := 15 \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := 0 \text{ cm}$

Taxa de armadura..... $\rho := 0.0123$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $F_{sk} := 206 \text{ kN}$
Momento fletor em x..... $M_{skx} := 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$
Momento fletor em y..... $M_{sly} := 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := 46 \text{ MPa}$
Resistência característica experimental do aço..... $f_{yk} := 566 \text{ MPa}$

Coefficientes

Majoração dos esforços..... $\gamma_f := 1.4$
Minoração da resistência do concreto..... $\gamma_c := 1.4$
Minoração da resistência do aço..... $\gamma_s := 1.15$

2. VALORES DE CÁLCULO

Resistência do concreto.....

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 32.857 \cdot \text{MPa}$$

Momento fletor em X.....

$$M_{sdx} := M_{skx} \cdot \gamma_f = 0 \times 10^0 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

Momento fletor em Y.....

$$M_{sdy} := M_{sky} \cdot \gamma_f = 0 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

3. PERÍMETRO CRÍTICO EFETIVO

Superfície C.....

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot (b + h)] & \text{otherwise} \end{cases} = 60 \cdot \text{cm}$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := 43.27 \text{ cm}$$

Superfície C'.....

$$u' := u + 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot d) - p' = 1.323 \text{ m}$$

4. COEFICIENTE K

Eixo X

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1x := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ h & \text{otherwise} \end{cases} = 0.15 \text{ m}$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2x := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ b & \text{otherwise} \end{cases} = 0.15 \text{ m}$$

Coefficiente K.....

$$K1 := \begin{cases} (0.45) & \text{if } \frac{C1x}{C2x} \leq 0.5 & = 0.6 \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1x}{C2x} \right)}{0.5} \right] & \text{if } 0.5 < \frac{C1x}{C2x} < 1 \\ (0.6) & \text{if } \frac{C1x}{C2x} = 1 \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} & \text{if } 1 < \frac{C1x}{C2x} < 2 \\ (0.7) & \text{if } \frac{C1x}{C2x} = 2 \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} & \text{if } 2 < \frac{C1x}{C2x} < 3 \\ (0.8) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Eixo Y

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1y := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 & = 0.15 \text{ m} \\ b & \text{otherwise} \end{cases}$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2y := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 & = 0.15 \text{ m} \\ h & \text{otherwise} \end{cases}$$

Coeficiente K.....

$$K2 := \begin{cases} (0.45) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} \leq 0.5 & = 0.6 \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1y}{C2y} \right)}{0.5} \right] \text{ if } 0.5 < \frac{C1y}{C2y} < 1 \\ (0.6) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} = 1 \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 1 < \frac{C1y}{C2y} < 2 \\ (0.7) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} = 2 \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 2 < \frac{C1y}{C2y} < 3 \\ (0.8) \text{ otherwise} \end{cases}$$

5. MÓDULO DE RESISTÊNCIA PLÁSTICA DO PERÍMETRO CRÍTICO

Superfície C':

$$Wp1 := \begin{cases} (\phi + 4 \cdot d)^2 \text{ if } \phi \neq 0 & = 0.311 \cdot m^2 \\ \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4h \cdot d + 16 \cdot (d)^2 + 2\pi d \cdot b \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$Wp2 := \begin{cases} (\phi + 4 \cdot d)^2 \text{ if } \phi \neq 0 & = 0.311 \cdot m^2 \\ \frac{h^2}{2} + b \cdot h + 4b \cdot d + 16 \cdot (d)^2 + 2\pi d \cdot h \text{ otherwise} \end{cases}$$

6. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

6.1. SUPERFÍCIE C

Tensão Resistente.....

$$\alpha_v := 1 - \frac{f_{ck}}{250MPa} = 0.816$$

$$\tau_{rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 7.239 \cdot MPa$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = 399.598 \cdot kN$$

**6.2. Sem armadura de cisalhamento
SUPERFÍCIE C'**

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \left[1 + \left[\left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right] \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.221 \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa..... $F_{sd}' := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = 148.703 \cdot \text{kN}$

$$\text{Ruptura} := \begin{cases} F_{sd} & \text{if } F_{sd} \leq F_{sd}' \\ F_{sd}' & \text{otherwise} \end{cases} = 148.703 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Conclusão}^1 := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."} & \text{if } F_{sk} \geq \text{Ruptura} \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a NBR 6118"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."}$$

$$\text{Conclusão}^2 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } \text{Ruptura} = F_{sd} \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do Eurocode 2 (EN 2002-1-1:2004).

PILAR INTERNO - LAJE LISA: L6 - TRABALHO: SOUZA, 2004.

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 6d da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := 9.1 \text{ cm}$
 $d' := 3.9 \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base..... $b := 15 \text{ cm}$
Altura..... $h := 15 \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := 0 \text{ cm}$

Taxas de armadura de tração

Taxa de aço em y..... $\rho_{ly} := 0.0223$

Taxa de aço em z..... $\rho_{lz} := 0.0042$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $V_{ek} := 101 \text{ kN}$

Momento fletor característico em y..... $M_{sky} := 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Momento fletor característico em z..... $M_{skz} := 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$

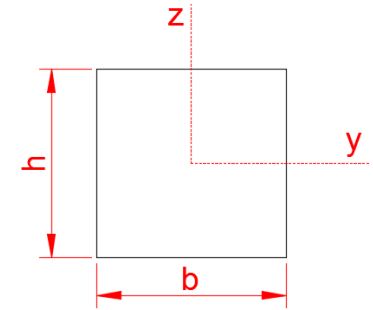
Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := 32 \text{ MPa}$

Resistência característica do aço..... $f_{yk} := 576 \text{ MPa}$

Coeficientes

Minoração da resistência do concreto..... $\gamma_c := 1.5$



Transferência do momento fletor a esforço cisalhante.....

2. PERÍMETRO

Perímetro da área carregada.....

*Perímetro inefetivo.....

Primeiro Perímetro de Controle.....

3. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

3.1. FACE DO PILAR

Tensão Resistente.....

Força Solicitante de cálculo normativa.....

3.2. Sem armadura de cisalhamento PERÍMETRO CRÍTICO'

$$k := \begin{cases} \left[1 + \left(\frac{200\text{mm}}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right] & \text{if } \left[1 + \left(\frac{200\text{mm}}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \leq 2 \\ 2 & \text{otherwise} \end{cases} = 2$$

Taxas de armaduras de tração aderentes.....

$$v_{\min} := 0.035k^{\frac{3}{2}} \cdot (f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}} = 5.6 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } M_{sky} = 0 \wedge M_{skz} = 0 \\ 1.15 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot (b + h)] & \text{otherwise} \end{cases} = 60 \cdot \text{cm}$$

$$p' := 140.12 \text{ cm}$$

$$u' := \begin{cases} 2\pi \cdot \left(\frac{\phi}{2} + 2d \right) - p' & \text{if } \phi \neq 0 \\ (u + 2\pi 2d - p') & \text{otherwise} \end{cases} = 0.342 \text{ m}$$

$$v := 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}} \right) = 0.523$$

$$\tau_{rd2} := 0.4 \cdot v \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 4.465 \cdot \text{MPa}$$

$$V_{ed} := \frac{\tau_{rd2} \cdot u \cdot d}{\beta} = 243.769 \cdot \text{kN}$$

$$\rho_l := \begin{cases} 0.02 & \text{if } 0.02 \leq (\rho_l y \cdot \rho_l z)^{\frac{1}{2}} \\ (\rho_l y \cdot \rho_l z)^{\frac{1}{2}} & \text{otherwise} \end{cases} = 9.678 \times 10^{-3}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{Rdc} := \begin{cases} \left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2) \right]^{\frac{1}{3}} & \text{if } \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck} \cdot \text{MPa}^2) \geq v_{min} \\ v_{min} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.754 \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa..... $V_{ed}' := \frac{\tau_{Rdc} \cdot u' \cdot d}{\beta} = 23.479 \cdot \text{kN}$

$$Ruptura := \begin{cases} V_{ed} & \text{if } V_{ed} \leq V_{ed}' = 23.479 \cdot \text{kN} \\ V_{ed}' & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclus\tilde{a}o^1 := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a Eurocode 2."} & \text{if } V_{ek} \geq Ruptura \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfat\~{o}rio conforme a Eurocode 2."} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a Eurocode 2."}$$

$$Conclus\tilde{a}o^2 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C " } & \text{if } Ruptura = V_{ed} \\ \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C' " } & \text{if } Ruptura = V_{ed}' \\ \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições do ACI 318-14.

PILAR INTERNO - LAJE LISA: L12 - TRABALHO: SILVA, 2003.

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 10h da face do pilar

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := 9 \cdot \text{cm}$
 $d' := 4 \text{cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base..... $c1 := 0 \text{cm}$
Altura..... $c2 := 0 \text{cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := 40.2 \text{cm}$

Esforços solicitantes característicos

Carga de ruptura experimental..... $F_{sk} := 525 \text{kN}$
Momento fletor em x..... $M_{skx} := 0 \text{kN} \cdot \text{m}$
Momento fletor em y..... $M_{sky} := 0 \text{kN} \cdot \text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := 42.3 \text{MPa}$
Resistência característica do aço..... $f_{yk} := 566 \text{MPa}$

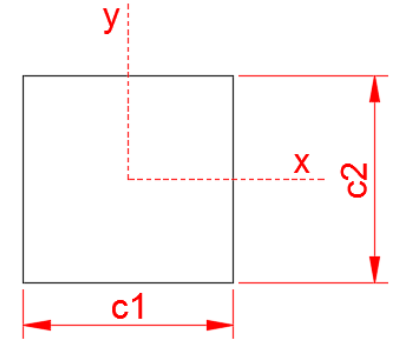
Coefficientes

Majoração dos esforços..... $\gamma_f := 1.4$

2. VALORES DE CÁLCULO

Momento Fletor em X..... $M_{ux} := M_{skx} \cdot \gamma_f = 0 \times 10^0 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$

Momento Fletor em Y..... $M_{uy} := M_{sky} \cdot \gamma_f = 0 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$



3. PROPRIEDADES DA SEÇÃO CRÍTICA

Comprimento da seção crítica.....

$$l_{x1} := \begin{cases} (\phi + d) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (c1 + d) & \text{otherwise} \end{cases} = 0.492 \text{ m}$$

*Perímetro inefetivo.....

$$l_{y1} := \begin{cases} (\phi + d) & \text{if } \phi \neq 0 \\ (c2 + d) & \text{otherwise} \end{cases} = 0.492 \text{ m}$$

Perímetro efetivo.....

$$p' := 0 \text{ cm}$$

$$b_o := \begin{cases} [\pi \cdot (l_{x1}) - p'] & \text{if } \phi \neq 0 \\ 2(l_{x1} + l_{y1}) - p' & \text{otherwise} \end{cases} = 1.546 \text{ m}$$

Área de concreto da seção crítica.....

$$A_c := b_o \cdot d = 0.139 \text{ m}^2$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em X.....

$$\gamma_{vx} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{l_{y1}}{l_{x1}}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = 0.4$$

Coefficiente Cisalhamento devido ao Momento Fletor em Y.....

$$\gamma_{vy} := \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{l_{x1}}{l_{y1}}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}} \right] = 0.4$$

Relação entre o maior e menor lado do pilar.....

$$\beta := \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c1}{c2} & \text{if } c1 > c2 \\ \frac{c2}{c1} & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

Momento polar de inércia:

$$J_x := \frac{d \cdot (l_{y1})^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (l_{y1})}{6} + \frac{d \cdot (l_{x1}) \cdot (l_{y1})^2}{2} = 7.206 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$J_y := \frac{d \cdot (l_{x1})^3}{6} + \frac{d^3 \cdot (l_{x1})}{6} + \frac{d \cdot (l_{y1}) \cdot (l_{x1})^2}{2} = 7.206 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$J_c := d \cdot \left(\frac{lx1^3}{6} + \frac{ly1 \cdot lx1^2}{2} \right) + \frac{lx1 \cdot d^3}{6} = 7.206 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Centroide.....

$$e_x := \begin{cases} \frac{\phi}{2} & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c1}{2} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.201 \text{ m}$$

$$e_y := \begin{cases} \frac{\phi}{2} & \text{if } \phi \neq 0 \\ \frac{c2}{2} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.201 \text{ m}$$

4. TENSÃO RESISTENTE

4.1. Compressão diagonal do concreto PERÍMETRO EFETIVO

Fator redutor da resistência ao cisalhamento.....

$$\varphi := 0.75$$

Tensão Resistente.....

$$\tau_n := \varphi \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\frac{1}{2}}}{2} = 2.439 \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u := \begin{cases} \left[\tau_n - \left(\frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y} \right) \right] \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 \\ \left(\tau_n - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\tau_n - \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{otherwise} \end{cases} = 339.281 \cdot \text{kN}$$

4.2. Sem armadura de cisalhamento PERÍMETRO EFETIVO¹

Tensão Resistente.....

$$\tau_{n1} := \left[\left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{12} \right] = 3.252 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n2} := \left(\frac{40 \cdot d}{b_o} + 2 \right) \cdot \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{12} = 2.346 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{n3} := \frac{(f_{ck} \cdot \text{MPa})^{\left(\frac{1}{2}\right)}}{3} = 2.168 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_c := \begin{cases} \tau_{n1} & \text{if } \tau_{n1} \leq \tau_{n2} \wedge \tau_{n1} \leq \tau_{n3} = 2.168 \cdot \text{MPa} \\ \tau_{n2} & \text{if } \tau_{n2} \leq \tau_{n1} \wedge \tau_{n2} \leq \tau_{n3} \\ \tau_{n3} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Força Solicitante de cálculo normativa:

$$F_u' := \begin{cases} \left[\tau_c - \left(\frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_x} + \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_y} \right) \right] \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \wedge M_{uy} \neq 0 = 301.583 \cdot \text{kN} \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vx} \cdot M_{ux} \cdot e_y}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{if } M_{ux} \neq 0 \\ \left(\tau_c - \frac{\gamma_{vy} \cdot M_{uy} \cdot e_x}{J_c} \right) \cdot A_c & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Ruptura := \begin{cases} F_u & \text{if } F_u \leq F_u' = 301.583 \cdot \text{kN} \\ F_u' & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclus\tilde{a}o^1 := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a ACI 318."} & \text{if } F_{sk} \geq Ruptura = \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a ACI 318."} \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfat\~{o}rio conforme a ACI 318"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$Conclus\tilde{a}o^2 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C " } & \text{if } Ruptura = F_u = \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C' " } \\ \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C' " } & \text{if } Ruptura = F_u' \\ \text{" Ruptura na superf\~{i}cie C" " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

Previsão de Cargas de Ruptura devido à punção em Lajes Lisas

Este roteiro de cálculo segue as prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

PILAR INTERNO - LAJE LISA: LS08 - TRABALHO: FERREIRA, 2010.

Legenda:

Palavras em fonte itálico: Dados de Entrada

Palavras em fonte normal: Dados de Saída

*Considerar caso exista abertura na laje a menos de 8d da face do pilar.

1. DADOS

Dimensões da laje

Altura útil..... $d := 14.4 \text{ cm}$
 $d' := 3.6 \text{ cm}$

Dimensões do pilar

Seção retangular:

Base..... $b := 30 \text{ cm}$
Altura..... $h := 30 \text{ cm}$

ou

Seção circular:

Diâmetro..... $\phi := 0 \text{ cm}$

Taxa de armadura..... $\rho := 0.0168$

Esforços solicitantes característicos

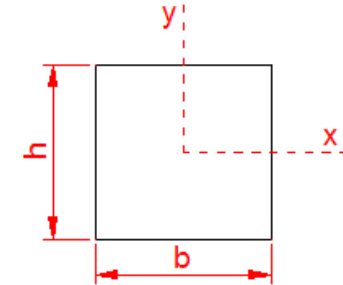
Carga de ruptura experimental..... $F_{sk} := 934.1 \text{ kN}$
Momento fletor em x..... $M_{skx} := 294.2 \text{ kN}\cdot\text{m}$
Momento fletor em y..... $M_{sly} := 0 \text{ kN}\cdot\text{m}$

Propriedade dos materiais

Resistência característica do concreto..... $f_{ck} := 48.4 \text{ MPa}$
Resistência característica experimental do aço..... $f_{yk} := 550 \text{ MPa}$

Coefficientes

Majoração dos esforços..... $\gamma_f := 1.4$
Minoração da resistência do concreto..... $\gamma_c := 1.4$
Minoração da resistência do aço..... $\gamma_s := 1.15$



2. VALORES DE CÁLCULO

Resistência do concreto.....

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 34.571 \cdot \text{MPa}$$

Momento fletor em X.....

$$M_{sdx} := M_{skx} \cdot \gamma_f = 41.188 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

Momento fletor em Y.....

$$M_{sdy} := M_{sky} \cdot \gamma_f = 0 \cdot \text{kN} \cdot \text{cm}$$

3. PERÍMETRO CRÍTICO EFETIVO

Superfície C.....

$$u := \begin{cases} (\pi \phi) & \text{if } \phi \neq 0 \\ [2 \cdot (b + h)] & \text{otherwise} \end{cases} = 120 \cdot \text{cm}$$

*Perímetro inefetivo.....

$$p' := 0 \text{ cm}$$

Superfície C'.....

$$u' := u + 2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot d) - p' = 3.01 \text{ m}$$

4. COEFICIENTE K

Eixo X

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1_x := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ h & \text{otherwise} \end{cases} = 0.3 \text{ m}$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2_x := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ b & \text{otherwise} \end{cases} = 0.3 \text{ m}$$

Coefficiente K.....

$$K1 := \begin{cases} (0.45) \text{ if } \frac{C1x}{C2x} \leq 0.5 & = 0.6 \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1x}{C2x} \right)}{0.5} \right] & \text{if } 0.5 < \frac{C1x}{C2x} < 1 \\ (0.6) \text{ if } \frac{C1x}{C2x} = 1 & \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} & \text{if } 1 < \frac{C1x}{C2x} < 2 \\ (0.7) \text{ if } \frac{C1x}{C2x} = 2 & \\ \frac{\left(5 + \frac{C1x}{C2x} \right)}{10} & \text{if } 2 < \frac{C1x}{C2x} < 3 \\ (0.8) \text{ otherwise} & \end{cases}$$

Eixo Y

Dim. paralela à excentricidade.....

$$C1y := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ b & \text{otherwise} \end{cases} = 0.3 \text{ m}$$

Dim. perpendicular à excentricidade.....

$$C2y := \begin{cases} \phi & \text{if } \phi \neq 0 \\ h & \text{otherwise} \end{cases} = 0.3 \text{ m}$$

Coeficiente K.....

$$K2 := \begin{cases} (0.45) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} \leq 0.5 & = 0.6 \\ \left[\frac{\left(0.15 + 0.15 \cdot \frac{C1y}{C2y} \right)}{0.5} \right] \text{ if } 0.5 < \frac{C1y}{C2y} < 1 \\ (0.6) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} = 1 \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 1 < \frac{C1y}{C2y} < 2 \\ (0.7) \text{ if } \frac{C1y}{C2y} = 2 \\ \left[\frac{\left(5 + \frac{C1y}{C2y} \right)}{10} \right] \text{ if } 2 < \frac{C1y}{C2y} < 3 \\ (0.8) \text{ otherwise} \end{cases}$$

5. MÓDULO DE RESISTÊNCIA PLÁSTICA DO PERÍMETRO CRÍTICO

Superfície C':

$$Wp1 := \begin{cases} (\phi + 4 \cdot d)^2 \text{ if } \phi \neq 0 & = 0.911 \cdot m^2 \\ \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4h \cdot d + 16 \cdot (d)^2 + 2\pi d \cdot b \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$Wp2 := \begin{cases} (\phi + 4 \cdot d)^2 \text{ if } \phi \neq 0 & = 0.911 \cdot m^2 \\ \frac{h^2}{2} + b \cdot h + 4b \cdot d + 16 \cdot (d)^2 + 2\pi d \cdot h \text{ otherwise} \end{cases}$$

6. TENSÃO RESISTENTE DE COMPRESSÃO DIAGONAL DO CONCRETO

6.1. SUPERFÍCIE C

Tensão Resistente.....

$$\alpha_v := 1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}} = 0.806$$

$$\tau_{rd2} := 0.27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 7.527 \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd} := \tau_{rd2} \cdot u \cdot d = 1.301 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

**6.2. Sem armadura de cisalhamento
SUPERFÍCIE C'1**

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot \left[1 + \left[\left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.213 \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa.....

$$F_{sd'} := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = -290.516 \cdot \text{kN}$$

**6.2. Com armadura de cisalhamento
SUPERFÍCIE C'1**

Espaçamento radial.....

$$S_r := 10\text{cm}$$

Espaçamento radial inicial.....

$$S_o := 7\text{cm}$$

Resistência de cálculo da armadura de punção.....

$$f_{ywd} := \begin{cases} (250\text{MPa}) & \text{if } (d + d') \leq 15\text{cm} \\ (300\text{MPa}) & \text{otherwise} \end{cases} = 300 \cdot \text{MPa}$$

6.2.1. QUANTIDADE DE ARMADURA DE PUNÇÃO

Diâmetro da armadura.....

$$\phi_{adot} := 12.5\text{mm}$$

Área da armadura.....

$$A_{\phi} := \frac{\pi \cdot (\phi_{adot})^2}{4} = 1.227 \cdot \text{cm}^2$$

Quantidade de studs.....

$$\text{studs} := 48$$

Quantidade de linhas.....

$$\text{linhas} := 4$$

Quantidade de colunas.....

$$\text{colunas} := 12$$

Armadura de cisalhamento.....

$$\text{quant} := \text{linhas} \cdot \text{colunas} = 48$$

Comprimento arm de cisalhamento.....

$$p := S_o + (\text{linhas} - 1) \cdot S_r = 37 \cdot \text{cm}$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd1} := 0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100 \cdot \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1.5 \cdot (A \phi \cdot \text{colunas}) \cdot f_{ywd}}{u' \cdot S_r} = 3.146 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa..... $F_{sd}' := \left[\tau_{rd1} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2} \cdot d} \right) \right] \cdot u' \cdot d = 546.88 \cdot \text{kN}$

6.3. SUPERFÍCIE C''

*Perímetro inefetivo..... $p'' := 0\text{cm}$

Perímetro efetivo..... $u'' := u + 2 \cdot \pi \cdot (p + 2d) - p'' = 533.434 \cdot \text{cm}$

Módulo de resistência plástica:

$$W_{p1}' := \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4 \cdot h \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi d \cdot b + 2 \cdot h \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot b \cdot p = 2.882 \times 10^4 \cdot \text{cm}^2$$

$$W_{p2}' := \frac{b^2}{2} + b \cdot h + 4 \cdot h \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2\pi d \cdot b + 2 \cdot h \cdot p + 16 \cdot d \cdot p + 4 \cdot p^2 + \pi \cdot b \cdot p = 2.882 \times 10^4 \cdot \text{cm}^2$$

Tensão Resistente:

$$\tau_{rd} := \left[0.1 \cdot \left[1 + \left(\frac{20\text{cm}}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left(100 \text{MPa}^2 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = 0.944 \cdot \text{MPa}$$

Força Solicitante de cálculo normativa..... $F_{sd}'' := \left[\tau_{rd} - \left(\frac{K1 \cdot M_{sdx}}{W_{p1}' \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{sdy}}{W_{p2}' \cdot d} \right) \right] \cdot u'' \cdot d = 267.528 \cdot \text{kN}$

$$\text{Ruptura} := \begin{cases} F_{sd} & \text{if } F_{sd} \leq F_{sd}' \wedge F_{sd} \leq F_{sd}'' \\ F_{sd}' & \text{if } F_{sd}' \leq F_{sd} \wedge F_{sd}' \leq F_{sd}'' \\ F_{sd}'' & \text{otherwise} \end{cases} = 2.675 \times 10^5 \text{ N}$$

$$\text{Conclusão} := \begin{cases} \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."} & \text{if } F_{sk} \geq \text{Ruptura} \\ \text{"Resultado do ensaio insatisfatório conforme a NBR 6118"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"Resultado do ensaio seguro conforme a NBR 6118."}$$

$$\text{Conclusão}^3 := \begin{cases} \text{" Ruptura na superfície C " } & \text{if } \text{Ruptura} = F_{sd} \\ \text{" Ruptura na superfície C' " } & \text{if } \text{Ruptura} = F_{sd}' \\ \text{" Ruptura na superfície C'' " } & \text{otherwise} \end{cases}$$

APÊNDICE D

Perímetros de controle referente ao dimensionamento das Lajes Lisas

Tabela 1 – Perímetros críticos das Lajes Lisas do estudo de Lourenço (2018).

Laje	ABNT NBR 6118:2014		Eurocode (EN 2002-1-1:2004)		ACI 318-14
	$u^{(1)}$ (cm)	$u'^{(2)}$ (cm)	$u_0^{(3)}$ (cm)	$u_1^{(4)}$ (cm)	$bo^{(5)}$ (cm)
LR	60	173,1	60	173,1	96,0
LF1	60	132,3	60	132,3	72,6
LF2	60	151,5	60	151,5	85,5
LF3	60	160,5	60	160,5	89,8
LF4	60	165,5	60	161,6	90,2

(1) u : Perímetro crítico do pilar;

(2) u' : Perímetro crítico efetivo da superfície C';

(3) u_0 : Perímetro crítico do pilar;

(4) u_1 : Perímetro crítico efetivo da superfície afastada $d/2$ do pilar;

(5) bo : Perímetro crítico da superfície afastada $2d$ do pilar.

Tabela 2 – Perímetros críticos das Lajes Lisas do estudo de Souza (2004).

Laje	ABNT NBR 6118:2014		Eurocode (EN 2002-1-1:2004)		ACI 318-14
	$u^{(1)}$ (cm)	$u'^{(2)}$ (cm)	$u_0^{(3)}$ (cm)	$u_1^{(4)}$ (cm)	$bo^{(5)}$ (cm)
L1	60	174,4	60	174,4	96,4
L2	60	86,6	60	86,6	48,0
L3	60	141,8	60	141,8	81,4
L4	60	156,6	60	156,6	88,1
L5	60	50,3	60	50,3	24,1
L6	60	34,2	60	34,2	16,1
L7	60	117,2	60	117,2	68,4
L8	60	95,1	60	95,1	54,3

(1) u : Perímetro crítico do pilar;

(2) u' : Perímetro crítico efetivo da superfície C';

(3) u_0 : Perímetro crítico do pilar;

(4) u_1 : Perímetro crítico efetivo da superfície afastada $d/2$ do pilar;

(5) bo : Perímetro crítico da superfície afastada $2d$ do pilar.

Tabela 3 – Perímetros críticos das Lajes Lisas do estudo de Silva (2003).

Laje	ABNT NBR 6118:2014		Eurocode (EN 2002-1-1:2004)			ACI 318-14		
	$u^{(1)}$ (cm)	$u'^{(2)}$ (cm)	$u''^{(3)}$ (cm)	$u_0^{(4)}$ (cm)	$u_1^{(5)}$ (cm)	$u_1'^{(6)}$ (cm)	$b_0^{(7)}$ (cm)	$b_0'^{(8)}$ (cm)
L1	60,0	173,1	-	60,0	173,1	-	96,0	-
L2	90,0	203,1	-	90,0	203,1	-	126,0	-
L3	120,0	233,1	-	120,0	233,1	-	156,0	-
L4	60,0	86,5	-	60,0	86,5	-	48,0	-
L5	90,0	139,7	-	90,0	139,7	-	87,0	-
L6	120,0	179,9	-	120,0	179,9	-	120,0	-
L7	60,0	173,1	252,3	60,0	173,1	224,0	96,0	167,8
L8	90,0	203,1	282,3	90,0	203,1	253,0	126,0	225,6
L9	120,0	233,1	312,3	120,0	233,1	284,0	156,0	255,6
L10	60,0	86,5	126,1	60,0	86,5	112,0	48,0	97,8
L11	90,0	139,7	195,5	90,0	139,7	175,6	87,0	161,1
L12	126,3	239,4	-	126,3	239,4	-	154,6	-

(1) u : Perímetro crítico do pilar;

(2) u' : Perímetro crítico efetivo da superfície C';

(3) u'' : Perímetro crítico efetivo da superfície C'';

(4) u_0 : Perímetro crítico do pilar;

(5) u_1 : Perímetro crítico efetivo da superfície afastada $d/2$ do pilar;

(6) u_1' : Perímetro crítico efetivo da superfície afastada $d/2$ da última linha de armadura de cisalhamento;

(7) b_0 : Perímetro crítico da superfície afastada $2d$ do pilar;

(8) b_0' : Perímetro crítico da superfície afastada $2d$ da última linha de armadura de cisalhamento.

Tabela 5 – Perímetros críticos das Lajes Lisas do estudo de Ferreira (2010).

Laje	ABNT NBR 6118:2014			Eurocode (EN 2002-1-1:2004)		ACI 318-14		
	$u^{(1)}$ (cm)	$u'^{(2)}$ (cm)	$u''^{(3)}$ (cm)	$u_0^{(4)}$ (cm)	$u_1^{(5)}$ (cm)	$u_1'^{(6)}$ (cm)	$b_0^{(7)}$ (cm)	$b_0''^{(8)}$ (cm)
LC01	84,8	264,5	622,7	84,8	264,5	577,7	129,7	438,5
LC02	113,1	289,0	646,2	113,1	289,0	603,2	157,1	465,0
LC03	141,4	319,8	678,0	141,4	319,8	633,3	186,0	494,4
LC04	113,1	289,0	647,2	113,1	289,0	603,2	157,1	465,0
LC05	113,1	289,0	647,2	113,1	289,0	603,2	157,1	465,0
LC06	113,1	292,8	650,9	113,1	292,8	606,0	158,0	481,1
LC07	113,1	294,1	579,9	113,1	294,1	534,7	158,3	411,1
LC08	113,1	294,1	652,2	113,1	294,1	607,0	158,3	467,4
LS01	120,0	302,2	409,0	120,0	302,2	363,5	178,0	299,3
LS02	120,0	174,0	406,5	120,0	299,7	487,3	177,2	365,0
LS03	120,0	302,2	409,0	120,0	302,2	363,5	178,0	299,3
LS04	120,0	299,7	532,2	120,0	299,7	487,3	177,2	365,0
LS05	120,0	299,7	-	120,0	299,7	-	177,2	-
LS06	120,0	301,0	-	120,0	301,0	-	177,6	-
LS07	120,0	299,7	532,2	120,0	299,7	487,3	177,2	365,0
LS08	120,0	301,0	-	120,0	301,0	488,2	177,6	386,1

(1) u : Perímetro crítico do pilar;

(2) u' : Perímetro crítico efetivo da superfície C';

(3) u'' : Perímetro crítico efetivo da superfície C'';

(4) u_0 : Perímetro crítico do pilar;

(5) u_1 : Perímetro crítico efetivo da superfície afastada $d/2$ do pilar;

(6) u_1' : Perímetro crítico efetivo da superfície afastada $d/2$ da última linha de armadura de cisalhamento;

(7) b_0 : Perímetro crítico da superfície afastada $2d$ do pilar;

(8) b_0'' : Perímetro crítico da superfície afastada $2d$ da última linha de armadura de cisalhamento.