

1 **ESTUDO NÚMÉRICO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM ABERTURAS**  
2 **UTILIZANDO O ABAQUS®**

3 <sup>(1)</sup> Ana Luiza Ribeiro de Castro

4 <sup>(2)</sup> Marília Gonçalves Marques

5 <sup>(1)</sup> Estudante do curso de Engenharia Civil - Universidade Federal de Viçosa, Rio Paranaíba.

6 <sup>(2)</sup> Professora Adjunta do curso de Engenharia Civil - Universidade Federal de Viçosa, Rio Paranaíba.

7  
8 Presidente da banca: Professora Marília Gonçalves Marques

9 Membro 1: Professora Simone Rodrigues Campos Ruas

10 Membro 2: Professor Frederico Carlos Martins de Menezes Filho

11 09 de dezembro de 2019

12 **RESUMO:** O emprego de lajes lisas de concreto armado requer uma análise especial devido à ruptura  
13 por punção, sobretudo quando existem aberturas nesses elementos em decorrência da passagem de  
14 tubulações. Com o objetivo de investigar o efeito da existência e posicionamento de aberturas em  
15 lajes lisas, a análise numérica não linear de elementos finitos foi empregada. Nove lajes quadradas de  
16 1800 mm de lado apoiadas em pilares quadrados de 150 mm de lado foram previamente submetidas  
17 a testes laboratoriais. Essas lajes foram então simuladas no *software* ABAQUS®, através de cinco  
18 modelos numéricos. Os resultados da análise não-linear foram comparados aos resultados  
19 experimentais e confirmaram que o modelo estava calibrado de acordo com os resultados  
20 experimentais em termos de padrão de fissuração, deslocamento final e principalmente carga de  
21 ruptura, cuja diferença máxima foi de 9,8%. Então, um estudo de variação paramétrica foi realizado  
22 através de mais oito modelos numéricos. Analisou-se a influência do afastamento das aberturas em  
23 relação à face do pilar em valores iguais a  $d$ ,  $2d$  e  $3d$ , sendo  $d$  a altura útil das lajes (90 mm). Os  
24 resultados numéricos evidenciaram que as aberturas reduzem a resistência ao cisalhamento de lajes  
25 lisas em valores compreendidos entre 0,6% e 43,0%, sendo os maiores valores verificados com a  
26 aproximação das aberturas da face do pilar.

27 **PALAVRAS-CHAVE:** Análise não linear, Método dos elementos finitos, Punção, Resistência ao  
28 cisalhamento.

29  
30 **NUMERIC STUDY OF REINFORCED CONCRETE FLAT SLABS WITH OPENINGS**  
31 **USING ABAQUS®**

32 **ABSTRACT:** The use of reinforced concrete flat slabs requires special analysis due to punching  
33 shear failure, especially when there are openings in these elements due to the passage of pipes. In  
34 order to investigate the effect of openings in flat slabs, the finite element nonlinear analysis was  
35 employed. Nine square slabs with 1800 mm of side supported square columns with 150 mm off side

36 were previously subjected to laboratory testing. Then, these slabs were simulated in ABAQUS®  
37 through five numerical models. The nonlinear analysis results were compared to the experimental  
38 results and confirmed that the calibrated model was in agreement with the experimental results in  
39 terms of cracking pattern, final displacement and mainly cracking load, whose maximum difference  
40 was 9,8%. Then, a parametric variation study was performed through more eight numerical models.  
41 After, analyzed the influence of the spacing of the openings in relation to the column face to values  
42  $d$ ,  $2d$  and  $3d$ , where  $d$  is the useful height of the slabs (90 mm). The numerical results showed that  
43 the openings reduce the shear strength in values between 0,6% and 43,0%, with the largest values  
44 being the approach of the openings of the column face.

45 **KEYWORDS:** Nonlinear analysis, Finite element analysis, Punching, Shear strength.

46

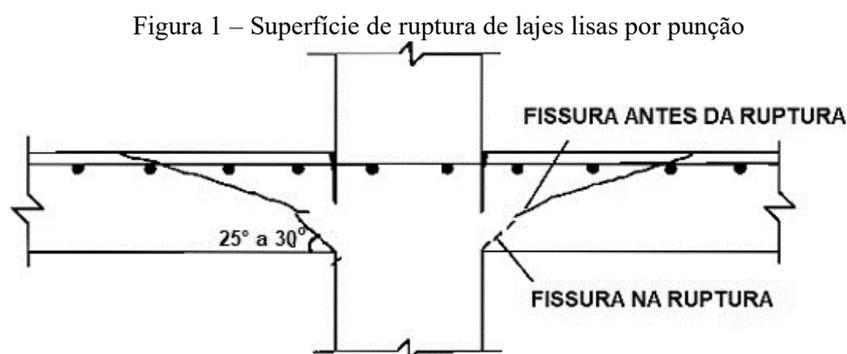
## 47 1 INTRODUÇÃO

48 Conforme a ABNT NBR 6118:2014, lajes lisas são elementos estruturais laminares apoiados  
49 diretamente sobre pilares. Uma vez que não utiliza vigas, apresenta algumas vantagens em  
50 comparação a sistemas estruturais convencionais, destacando-se redução do pé direito, economia de  
51 formas e mão de obra, velocidade de execução, flexibilidade no projeto arquitetônico e maior  
52 facilidade na execução de instalações elétricas e hidráulicas (OLIVEIRA, GOMES e MELO, 2014).

53 Entretanto, a utilização de lajes lisas também pode apresentar desvantagens, tais como aumento  
54 de flechas, momentos negativos elevados, diminuição da estabilidade global quanto a esforços  
55 horizontais devido à ausência de vigas, e o fenômeno de punção (PINTO, 2015; SILVA et al., 2017).  
56 Conforme Albuquerque (2010), esse fenômeno constitui-se da perfuração da laje, um modo de ruptura  
57 frágil e brusco, sem aviso, que ocorre em elementos submetidos a altas tensões de cisalhamento  
58 concentradas em pequenas áreas. Nas lajes lisas, essa situação é verificada na região de ligação entre  
59 pilar e laje, e para uma carga menor do que a carga estimada de ruptura por flexão, podendo levar  
60 ainda ao colapso progressivo da estrutura. A Figura 1 representa a superfície característica de ruptura  
61 por punção de uma laje lisa sem armadura de cisalhamento de acordo com o CEB-FIP MC (1990),  
62 com inclinação de  $25^\circ$  a  $30^\circ$ , formando um cone acima do pilar.

63

64



Fonte: CEB-FIP MODEL CODE (1990).

67 Em um sistema estrutural de lajes lisas é muito comum a execução de aberturas para a passagem  
68 de dutos e tubulações dos sistemas complementares tais como elétrico, hidrossanitário, gás e ar  
69 condicionado. Além disso, seja por questões construtivas ou arquitetônicas, essas se apresentam mais  
70 frequentemente adjacentes aos pilares ou em regiões próximas a eles. Todavia, a presença de  
71 aberturas nessas posições acarreta na diminuição da capacidade resistente à punção de lajes lisas  
72 devido à redução da área de concreto que resiste ao cisalhamento, além da interrupção das armaduras  
73 de flexão na região das aberturas e consequente diminuição da taxa de armadura (PINTO, 2015;  
74 GENIKOMSOU e POLAK, 2017).

75 Apesar de sistemas estruturais com lajes lisas estarem cada vez mais presentes em obras de  
76 engenharia, sua utilização ainda requer cuidados devido à complexidade da ligação laje-pilar e ao fato  
77 de os conhecimentos técnico e teórico existentes serem ainda deficientes. A norma brasileira e outros  
78 códigos internacionais, por exemplo, abordam a punção baseando-se em trabalhos empíricos, mas  
79 apresentam divergências entre si quanto ao traçado da superfície de controle a ser considerada na  
80 estimativa da resistência ao cisalhamento da laje e quanto aos parâmetros de equacionamento dessa  
81 resistência (Eurocode 2:2004; ACI 318:2014; ABNT NBR 6118:2014; MARQUE e NOGUEIRA,  
82 2018). Sendo assim, são necessários mais estudos acerca do assunto.

83 Todavia, em decorrência de limitações de se realizar ensaios experimentais em virtude da  
84 aparelhagem e materiais necessários, se faz importante a utilização de programas computacionais no  
85 estudo do fenômeno de punção, sobretudo aqueles que empregam o Método dos Elementos Finitos  
86 (MEF). A modelagem numérica pelo MEF, conforme comentado por Genikomsou e Polak (2015),  
87 pode fornecer informações sobre a ruptura e formação de fissuras de um modelo estrutural, bem como  
88 permitir estudos de variação de parâmetros de modo mais prático do que experimentalmente.

89 Assim, considerando-se a necessidade de melhor compreender o comportamento de lajes lisas  
90 submetidas à punção, o presente trabalho objetiva analisar a influência da existência e posicionamento  
91 de aberturas nesses elementos a partir de modelos de simulação computacional, utilizando o *software*  
92 ABAQUS®.

93

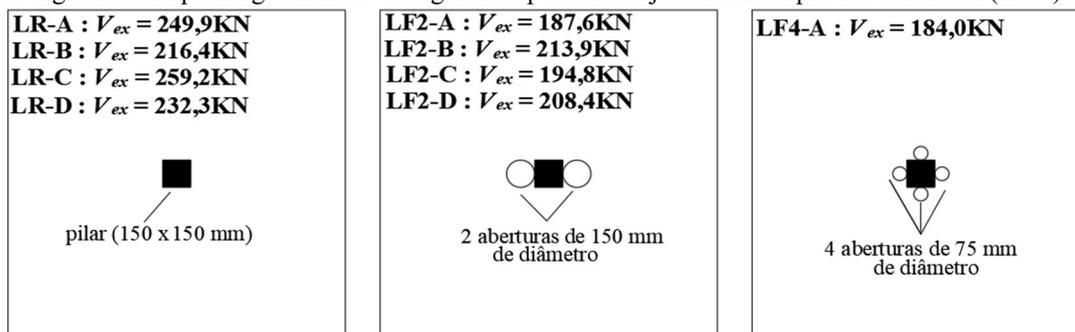
## 94 **2 TRABALHOS CORRELATOS**

### 95 **2.3 Liberati et al. (2019)**

96 Liberati et al. (2019) ensaiaram lajes lisas de concreto armado de dimensões 1800 x 1800 mm,  
97 e 130 mm de espessura. Foram quatro lajes sem aberturas (chamadas de lajes de referência), quatro  
98 lajes com duas aberturas circulares de 150 mm de diâmetro adjacentes e simétricas ao pilar, e uma  
99 com quatro aberturas adjacentes de 75 mm, conforme a Figura 2. As propriedades do concreto  
100 utilizado são apresentadas na tabela A.1 do Anexo A.

101

Figura 2 – Esquema geométrico e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por Liberati et al. (2019)



Fonte: Adaptado de LIBERATI et al. (2019).

102  
103  
104

105

106

107

108

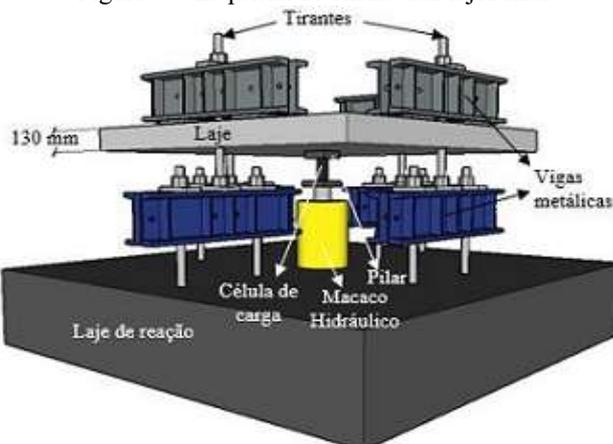
109

110

111

O esquema de ensaio adotado, conforme a Figura 3, buscou simular o comportamento estrutural de uma região com momento fletor negativo nas proximidades de um pilar central (LIBERATI et al., 2019). Para simular o pilar, utilizou-se uma placa de aço de dimensões 150 x 150 mm sob a aplicação de uma carga vertical de baixo para cima por um atuador hidráulico. Havia placas metálicas de 120 x 170 mm em oito apoios equidistantes do centro para simular uma laje centrada.

Figura 3 – Esquema de ensaio das lajes lisas



Fonte: MARQUES (2018).

112  
113  
114

115

116

117

118

119

A armadura de flexão das lajes de referência foi composta por 40 barras de aço CA-50 de 12,5 mm de diâmetro na face superior, espaçadas a cada 90 mm nas duas direções. Na face inferior, foram empregadas 24 barras de 6,3 mm de diâmetro, a cada 150 mm. Nas lajes com aberturas, a presença dessas fez com que as armaduras fossem cortadas ou espaçadas nas regiões próximas a elas. As propriedades do aço empregado nas armaduras são apresentadas na tabela A.2 do Anexo A.

120

121

122

123

## 124 2.2 Lourenço (2018)

125

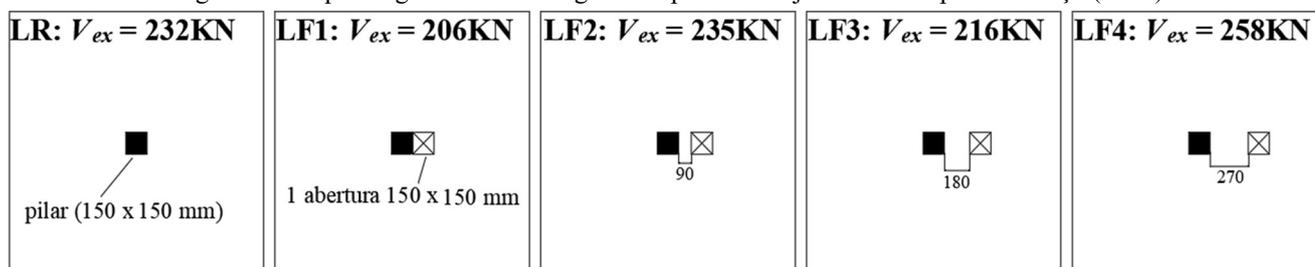
126

Cinco lajes lisas de concreto armado foram ensaiadas por Lourenço (2018), com o objetivo de avaliar a influência do afastamento de uma única abertura quadrada de dimensões 150 x 150 mm.

127 Considerando-se a altura útil da laje ( $d$ ), foram analisados os espaçamentos 90 mm ( $d$ ), 180 mm ( $2d$ )  
128 e 270 mm ( $3d$ ), conforme a Figura 4. Todas as lajes possuíam dimensões 1800 x 1800 x 1300 mm, e  
129 esquema de ensaio semelhante ao adotado por Liberati et al. (2019). A Tabela B.1 do Anexo B  
130 apresenta as principais propriedades das lajes ensaiadas.

131  
132

Figura 4 – Esquema geométrico e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por Lourenço (2018)



133  
134  
135

Fonte: Adaptado de LOURENÇO (2018).

136

137 Lourenço (2018) concluiu que aberturas situadas a partir de uma distância de três vezes a altura  
138 útil da laje (270 mm) não tem influência significativa na carga de ruptura. Quanto à laje com duas  
139 aberturas posicionada a  $2d$  da face do pilar (LF3), era esperado uma carga de ruptura maior do que  
140 na laje LF2 devido ao maior afastamento da abertura. O autor comenta que as armaduras longitudinais  
141 situadas entre pilar e abertura atingiram o escoamento, indicando que “a presença da abertura pode  
142 ter levado essa laje a romper por punção com flexão localizada na região da abertura” (LOURENÇO,  
2018, p. 126), o que explicaria a carga de ruptura menor do que esperado.

143

### 144 2.3 Apresentação do modelo de Magalhães, Faria e Mesquita (2018)

145 A fim de propor um modelo de elementos finitos para análise da punção em lajes lisas de  
146 concreto armado, Magalhães, Faria e Mesquita (2018) simularam as nove lajes citadas de Liberati et  
147 al. (2019) no Abaqus®. O objetivo do trabalho foi calibrar o modelo, ou seja, encontrar os parâmetros  
148 de entrada no *software* que fornecem resultados mais próximos dos verificados experimentalmente.

149 Para otimização do tempo de análise e aproveitando-se a dupla simetria das lajes foi modelado  
150 um quarto das mesmas. O restante foi substituído por condições de contorno representando os planos  
151 de simetria, de forma a restringir a translação e rotação nos respectivos eixos, conforme Figura 5-a.

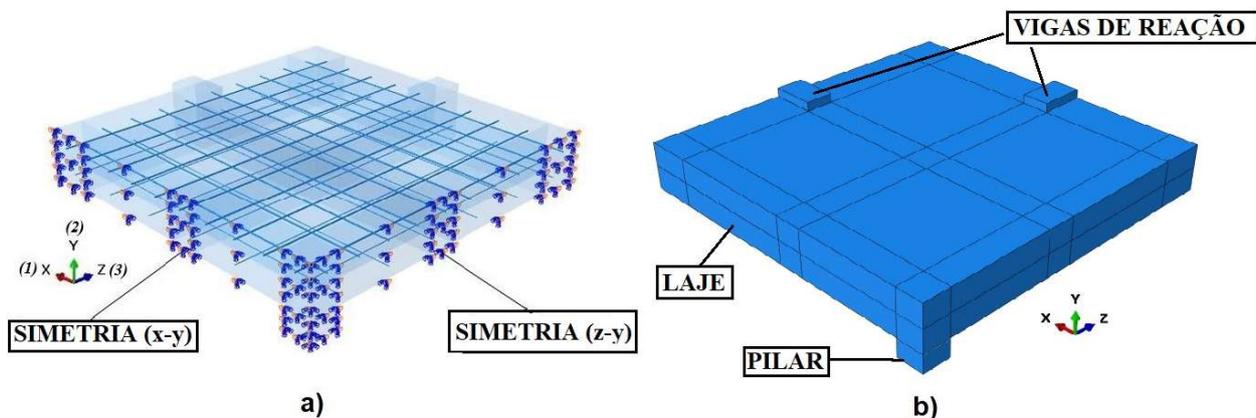
152 O pilar e as vigas de reação foram simulados por uma chapa rígida de dimensões 75 x 75 x 50  
153 mm e 75 x 120 x 25 mm, respectivamente (Figura 5-a). Para as armaduras, foram utilizados elementos  
154 de linha do tipo *beam*. Na ligação entre armadura e laje foi considerada a condição *embedded region*,  
155 em que são criadas vinculações entre as malhas do aço e concreto, levando-os a trabalhar em conjunto  
156 (DASSAULT SYSTÈMES, 2012). Nas vinculações laje-apoio e laje-pilar, utilizou-se a condição *tie*.

157 Para a discretização do modelo em elementos finitos foram usados na laje elementos do tipo  
158 *solid hexaedric* com oito nós e três graus de liberdade por nó (C3D8) e elementos cúbicos com dois  
159 nós (B33) na armadura. Para análise dos resultados foi utilizado o algoritmo de cálculo *Riks* que

160 utiliza o comprimento do arco para medir o progresso da solução das equações diferenciais enquanto  
 161 carregamentos e deslocamentos são resolvidos simultaneamente (PINTO, 2015).

162

163 Figura 5 – Modelo numérico da laje de referência a) detalhes da armadura e discretização da simetria b) aspecto global



164

165 Fonte: Adaptado de MAGALHÃES, FARIA e MESQUITA (2018).

166

167 Os parâmetros necessários foram adotados com base na literatura, e em seguida foram  
 168 calibrados. Os valores finais encontrados são apresentados na Tabela 1. Os parâmetros ponto final da  
 169 curva de compressão (PFC) e o trecho final da curva de tração (PFT) são modificações propostas por  
 170 Magalhães, Faria e Mesquita (2018) na curva do comportamento do concreto de Feenstra e Borst  
 171 (1996). Os referidos autores comentam que os trechos finais dessas curvas podem influenciar na  
 172 resposta estrutural do modelo computacional, propondo a utilização de valores diferentes de 0%.

173

174

Tabela 1 – Parâmetros de análise calibrados no trabalho de Magalhães, Faria e Mesquita (2018)

Coefficiente Poisson do concreto	Coefficiente Poisson do aço	$\Psi$ (°)	$\epsilon$	$f_{b0}/f_{co}$	K	PFT (% fct)	PFC (% fcm)	Gf (kN/m)	Gc (KN/m)	h (mm)
0,2	0,3	48	0,1	1,16	2/3	20,2	10,0	0,08	2,0	20

$\Psi$  = ângulo de dilatação;

$\epsilon$  = parâmetro de excentricidade;

PFT = ponto final da curva de tração;

PFC = ponto final da curva de compressão;

Gf = energia de fratura na tração;

$f_{b0}/f_{co}$  = razão entre as resistências iniciais à compressão no estado biaxial e uniaxial;

K = razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de tração pelo de compressão.

Gc = energia de fratura na compressão;

h = tamanho da malha de elementos finitos;

fct = resistência à compressão do concreto;

fcm = resistência à tração do concreto;

175

Fonte: Adaptado de MAGALHÃES, FARIA e MESQUITA (2018).

176

177 Ao final, Magalhães, Faria e Mesquita (2018) obtiveram dois modelos numéricos: M-C-01  
 178 representando as lajes LR-A, LR-B e LR-C de Liberati et al. (2018), e M-C-02 representando a laje  
 179 LR-D do mesmo autor, que possui propriedades de concreto e aço distintos dos outros três modelos  
 180 como pode ser verificado nas Tabelas A.1, A.2 e B.1 em anexo. Os autores concluíram que a diferença  
 181 nas cargas de ruptura entre modelos numéricos e experimentais foi de 4,84% para o modelo M-C-01  
 182 e de 4,92% no modelo M-C-02.

### 183 3 PRESCRIÇÕES DOS CÓDIGOS E NORMAS

184 Para estimar a resistência de lajes lisas submetidas à punção, as normas utilizam modelos  
 185 empíricos, comparando-se a tensão cisalhante atuando na área de carregamento (superfície ou  
 186 perímetro de controle) com a resistência ao cisalhamento da laje (MARQUE e NOGUEIRA, 2018).

187 Um resumo entre os códigos Eurocode 2:2004, ACI 318:2014 e ABNT NBR 6118:2014 é  
 188 apresentado na Tabela 2 evidenciando que ocorrem divergências na consideração do perímetro de  
 189 controle e quanto ao equacionamento da resistência ao cisalhamento, destacando-se o fato de que as  
 190 normas europeia e brasileira consideram a taxa de armadura de flexão na estimativa da resistência,  
 191 diferentemente da norma americana.

192

193

Tabela 2 – Comparativo entre os códigos normativos na previsão da carga de ruptura de lajes lisas

Código	Perímetro de controle da face do pilar	Distância máxima para redução do perímetro de controle em função de aberturas	Equacionamento da resistência ao cisalhamento
EUROCODE 2 (2004)	2d	6d	$V = 0,18 K (100 \rho f_{cm})^{1/3} u_1 d \geq 0,035 K^{2/3} f_{cm}^{1/2} u_1 d$ $K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$
ACI 318 (2014)	0,5d	10h	Menor valor fornecido pelas três equações subsequentes: $V = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \sqrt{f_{cm}} b_0 d$ $V = \frac{1}{12} \left(2 + \frac{40 d}{b_0}\right) \sqrt{f_{cm}} b_0 d$ $V = \frac{1}{3} \sqrt{f_{cm}} b_0 d$
ABNT NBR 6118 (2014)	2d	8d	$V = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) (100 \rho f_{cm})^{1/3} C' d$

$u_1, b_0, C'$ : perímetros de controle crítico relativos a cada norma;  $V$ : resistência ao cisalhamento;  
 $d$ : altura útil da laje;  $h$ : altura total da laje;  
 $f_{cm}$ : resistência característica do concreto à compressão;  $\rho$ : taxa de armadura;  
 $\beta_c$ : razão entre maior e menor lado do pilar.

194

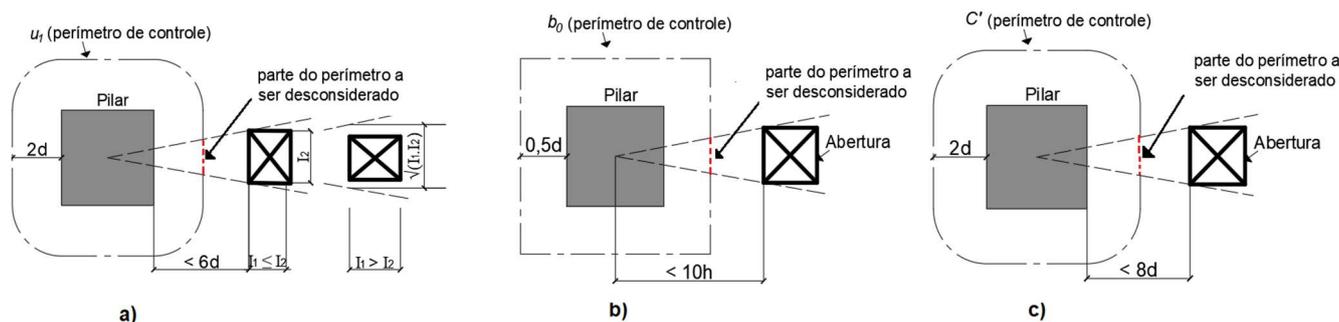
195

Fonte: Adaptado de EUROCODE 2:2004; ACI 318:2014; ABNT NBR 6118:2014.

196 Quanto ao perímetro de controle, cada código tem suas próprias recomendações com relação  
 197 ao formato e a distância considerada do pilar, sendo igual ao dobro da altura útil da laje (2d) nas  
 198 normas Eurocode 2:2004 e ABNT NBR 6118:2014, e metade da altura útil (0,5d) na ACI 318:2014.  
 199 Conforme representado na Figura 6, quando existem aberturas situadas até uma determinada distância  
 200 do pilar (6d, 10h e 8d respectivamente para as normas europeia, americana e brasileira), a superfície  
 201 de controle deve ser reduzida, desconsiderando-se a parte do perímetro de controle compreendida  
 202 entre duas retas tangentes à abertura, considerada ineficiente. Essas discordâncias implicam em  
 203 diferentes previsões de carga, mostrando que não há um modelo definitivo para avaliação da punção  
 204 segundo as normas (MARQUE e NOGUEIRA, 2018).

205 Figura 6 – Perímetros de controle para lajes lisas com aberturas segundo os códigos normativos a) Eurocode 2:2004

206 b) ACI 318:2014 c) ABNT NBR 6118:2014



207

208

209

## 210 4 MODELAGEM NUMÉRICA

211 O método de elementos finitos utiliza equações diferenciais e consiste em subdividir um único  
212 elemento em diversas outras partes, a fim de refinar os resultados e representar de modo aproximado  
213 o comportamento real da estrutura modelada (BALOMENOS, GENIKOMSOU e POLAK, 2017).

214

### 215 4.1 Modelo constitutivo do concreto

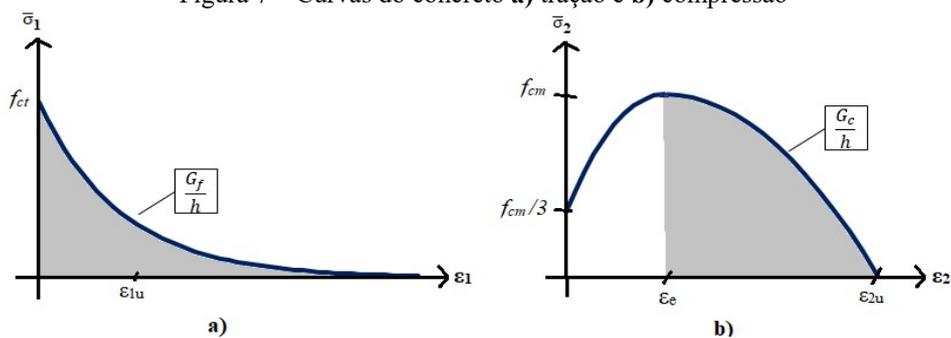
216 O comportamento mecânico do concreto é caracterizado como tendo uma parte com  
217 deformação elástica e outra com deformação plástica (PINTO, 2015). Para caracterizar a primeira  
218 parte, é necessário conhecer o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do concreto.

219 Para a simulação da parte plástica, um dos modelos presentes no ABAQUS<sup>®</sup> é o *Concrete*  
220 *Damaged Plasticity* (CDP), que é um modelo de plasticidade com dano utilizado para simulação do  
221 comportamento estrutural de materiais quase frágeis, como o concreto (DASSAULT SYSTÈMES,  
222 2012). Conforme Genikomsou e Polak (2015) e o manual do ABAQUS<sup>®</sup>, o CDP utiliza o conceito  
223 de energia de fratura supondo que o comportamento uniaxial do concreto seja caracterizado por uma  
224 superfície de plastificação, e considerando como mecanismos de falha o fissuramento por tenções de  
225 tração e o esmagamento por compressão. Essa superfície de plastificação é dependente de alguns  
226 parâmetros que devem ser informados no *software*, sendo eles a razão entre as resistências iniciais à  
227 compressão no estado biaxial e uniaxial ( $f_{b0}/f_{co}$ ), o ângulo de dilatação ( $\Psi$ ), o parâmetro de  
228 excentricidade ( $\epsilon$ ) e a razão entre o segundo invariante do tensor desviador no plano meridiano de  
229 tração pelo de compressão ( $K$ ).

230 Ainda, devem ser informados os valores constituintes da curva representativa do  
231 comportamento mecânico do concreto submetido à tração e à compressão uniaxial. Foram adotadas  
232 as curvas de Feenstra e Borst (1996), conforme a Figura 7, que são dependentes dos parâmetros  
233 resistência à tração ( $f_{ct}$ ) e compressão ( $f_{cm}$ ) do concreto, energias de fratura na tração ( $G_f$ ) e  
234 compressão ( $G_c$ ), e o tamanho do elemento da malha de elementos finitos ( $h$ ).

235

Figura 7 – Curvas do concreto a) tração e b) compressão



236

237

238

239

a)

b)

Fonte: Adaptado de FEENSTRA e BORST (1996).

240

241

242

243

244

## 4.2 Modelo constitutivo do aço

Para representação do aço das armaduras, utiliza-se o modelo elasto-plástico perfeito, que considera inicialmente um comportamento elástico-linear segundo a lei de Hooke, seguido de um comportamento plástico com a resistência ao escoamento do aço (PINTO, 2015).

## 5 METODOLOGIA

245

246

247

248

249

250

251

Para estudar o comportamento de lajes lisas foi utilizado o ABAQUS<sup>®</sup>, um *software* de elementos finitos que permite a análise de estruturas em 2D e 3D (DASSAULT SYSTÉMES, 2012). Devido à complexidade dos modelos computacionais, nos *softwares* existem parâmetros que interferem significativamente no comportamento dos mesmos, tais como as características dos materiais empregados, geometrias, tipo e tamanho de elemento de malha e ligação entre as partes constituintes. Conforme Genikomsou e Polak (2015), para garantir a segurança dos resultados, esses parâmetros devem ser calibrados com base em ensaios experimentais.

252

253

254

255

256

Para a realização do presente estudo, foram adotados os valores calibrados de Magalhães, Faria e Mesquita (2018) para as lajes sem aberturas de Liberati et al. (2018). Em sequência, o modelo numérico foi aplicado aos exemplares com aberturas para validação dos mesmos. Por fim, foi realizado um estudo paramétrico para avaliar a influência de diferentes posicionamentos da abertura.

### 5.1 Validação dos modelos numéricos com aberturas

258

259

260

261

262

263

264

265

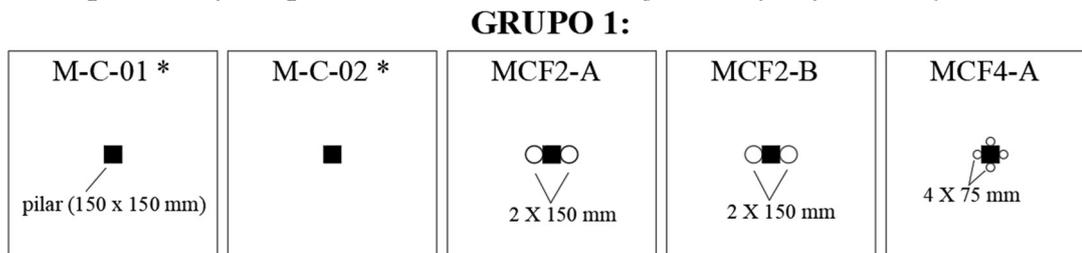
266

O modelo calibrado proposto por Magalhães, Faria e Mesquita (2018) foi aplicado às lajes experimentais com aberturas de Liberati et al. (2019), a fim de confirmar a capacidade preditiva do mesmo em termos de carga de ruptura, deslocamento final e padrão de fissuramento. Portanto, utilizou-se dos mesmos elementos, geometrias, condições de contorno e parâmetros de calibração do CDP empregados por esses autores (Tabela 1), alterando-se apenas as propriedades do aço e concreto correspondentes para cada laje (Tabelas A.1 e A.2 do Anexo A). As armaduras de flexão foram também cortadas e rearranjadas nas regiões de abertura, conforme indicado por Liberati et al. (2019).

Ressalta-se que a modelagem das lajes sem aberturas anteriormente simuladas por Magalhães, Faria e Mesquita (2018) foi novamente reproduzida para análise mais detalhada dos resultados.

267 Assim, todas as nove lajes experimentais de Liberati et al. (2019) foram simuladas no ABAQUS®,  
 268 obtendo-se cinco modelos numéricos representados na Figura 8, e que foram comparados e validados  
 269 pelos modelos experimentais de Liberati et al. (2019), conforme a Tabela 3. Esses cinco modelos  
 270 compõem o Grupo 1. A nomenclatura de cada laje foi definida da seguinte forma: MC indica que  
 271 constituem modelos computacionais, F2 e F4 fazem referência à quantidade de aberturas, duas e  
 272 quatro respectivamente, e as letras A e B diferenciam lajes com a mesma quantidade de aberturas,  
 273 mas diferentes propriedades do concreto e do aço.

274  
 275 Figura 8 – Esquema geométrico e nomenclatura das lajes do Grupo 1 para validação



276  
 277 Fonte: O autor.  
 278

279 Tabela 3 – Correspondência entre modelos numéricos do Grupo 1 e experimentais de Liberati et al. (2018)

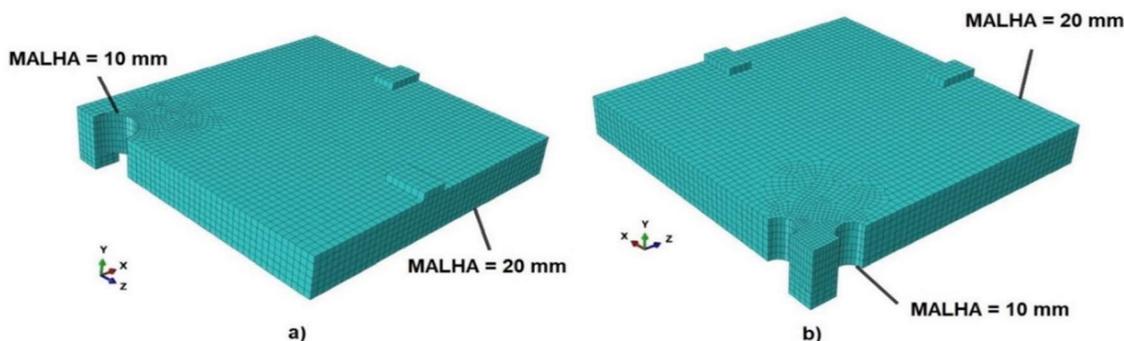
Modelo numérico	M-C-01 *	M-C-02 *	MCF2-A	MCF2-B	MCF4-A
Lajes experimentais de referência	LR-A , LR-B , LR-C	LR-D	LF2-A, LF2-B, LF2-C	L2-150	L4-75

\* modelos numéricos de Magalhães, Faria e Mesquita (2018)

280  
 281 Fonte: O autor.

282 Para a inserção das aberturas foram utilizados elementos cilíndricos com os diâmetros  
 283 correspondentes para cortar as lajes. Para melhor representação do comportamento, a malha foi  
 284 refinada na região das aberturas para um tamanho de 10 mm, mantendo-se o tamanho indicado por  
 285 Magalhães, Faria e Mesquita (2018), de 20 mm, no restante da laje, conforme a Figura 9.

286  
 287 Figura 9 – Malha de elementos finitos a) modelo com duas aberturas de 150 mm b) modelo com 4 aberturas de 75 mm



288  
 289 Fonte: O autor.  
 290

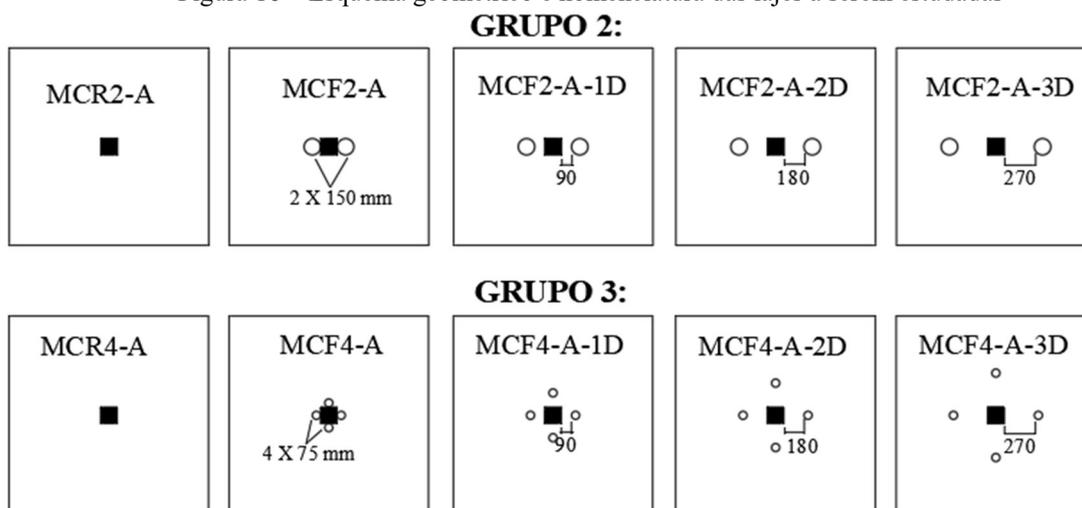
## 291 5.2 Estudos paramétricos do posicionamento das aberturas

292 Confirmada a validade do modelo numérico para as lajes, foi realizado um estudo de variação  
 293 paramétrica do efeito do posicionamento das aberturas em lajes lisas de concreto armado. Tomando

294 como referência as propriedades de materiais dos modelos numéricos MCF2-A e MCF4-A, foram  
 295 modeladas no ABAQUS® lajes cujas aberturas se distanciam da face do pilar em valores iguais a  $d$ ,  
 296  $2d$  e  $3d$ , sendo  $d$  a altura útil das lajes (90 milímetros). Afastamentos a partir desse valor não foram  
 297 analisados visto que não tem influência na carga de ruptura das lajes, conforme concluiu Lourenço  
 298 (2018). As armaduras de flexão foram também cortadas ou redistribuídas na região das aberturas de  
 299 forma a ter uma baixa variação da taxa de armadura longitudinal.

300 A Figura 10 representa a geometria dessas lajes. Elas foram distribuídas em mais dois grupos.  
 301 O Grupo 2 é composto pelas cinco primeiras lajes, com duas aberturas de 150 mm de diâmetro, e no  
 302 Grupo 3 estão as demais, com quatro aberturas de 75 mm. As lajes MCF2-A e MCF4-A que estão  
 303 presentes no Grupo 1 integram também os Grupos 2 e 3. Quanto à nomenclatura, MC indica que são  
 304 modelos computacionais, F2 e F4 refere-se à quantidade de aberturas (duas e quatro respectivamente),  
 305 R2 e R4 indicam as lajes de referência (sem aberturas) para as lajes com duas e quatro aberturas  
 306 consecutivamente, e 1D, 2D e 3D indicam o distanciamento das aberturas da face do pilar.

307  
 308 Figura 10 – Esquema geométrico e nomenclatura das lajes a serem estudadas



309  
 310 Fonte: O autor.  
 311

## 312 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 313 6.1 Comparativos dos modelos numéricos com os modelos experimentais

314 Os resultados de carga de ruptura experimental, carga máxima alcançada numericamente,  
 315 deslocamento final vertical no ponto central da laje em ambos os casos e a razão entre esses valores  
 316 para as lajes do Grupo 1 estão apresentados na Tabela 4. Para os modelos M-C-01 e MCF2-A, as  
 317 relações foram obtidas com base no valor médio entre os resultados experimentais correspondentes.  
 318 O cálculo da taxa de armadura ( $\rho$ ) foi realizado conforme sugerido por Lourenço (2018), baseado nas  
 319 prescrições da ABNT NBR 6118:2014, em que se considera a área carregada do pilar acrescida de  $3d$   
 320 para cada um dos lados. As armaduras compreendidas nesse comprimento que são cortadas são  
 321 desconsideradas no cálculo.

Tabela 4 – Propriedades, carga, deslocamento e comparação entre modelos experimentais e numéricos do Grupo 1

Modelo experimental	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$V_{ex}$ (KN)	$V_{ex,med}$ (KN)	$\delta_{ex}$ (mm)	$\delta_{ex,med}$ (mm)	Modelo numérico	$\rho$ (%)	$V_{num}$ (KN)	$\delta_{num}$ (mm)	$V_{num}/V_{ex,med}$	$\delta_{num}/\delta_{ex,med}$
LR-A				249,9		13,5							
LR-B	41,6	4,1	25,2	216,4	241,7	13,3	13,5	M-C-01*	1,58	253,4	16,0	1,05	1,19
LR-C				259,2		13,7							
LR-D	39,8	3,4	31,2	232,3	232,3	14,3	14,3	M-C-02*	1,58	243,7	15,9	1,05	1,11
LF2-A				187,6		8,8							
LF2-B	35,2	3,2	23,6	213,9	198,7	11,1	10,1	MCF2-A	1,19	179,2	12,7	0,90	1,26
LF2-C				194,8		10,4							
LF2-D	41,4	3,6	31,6	208,4	208,4	13,7	13,7	MCF2-B	1,19	196,0	11,8	0,94	0,86
LF4-A	40,0	3,5	31,3	184,0	184,0	10,6	10,6	MCF4-A	1,37	190,3	10,3	1,03	0,97

\* modelos numéricos de Magalhães, Faria e Mesquita (2018)

$f_{cm}$  = resistência à compressão simples;

$f_{ct}$  = resistência à tração por compressão diametral;

$E_c$  = módulo de elasticidade do concreto;

$V_{ex}$  = carga de ruptura experimental da laje;

$V_{ex,med}$  = carga média de ruptura experimental da laje;

$\delta_{ex}$  = deslocamento vertical final, central, no experimento;

$\delta_{ex,med}$  = deslocamento final médio no experimento;

$\rho$  = taxa de armadura longitudinal de flexão;

$V_{num}$  = carga máxima alcançada numericamente;

$\delta_{num}$  = deslocamento vertical final, central, no *software*.

Fonte: O autor.

323

324

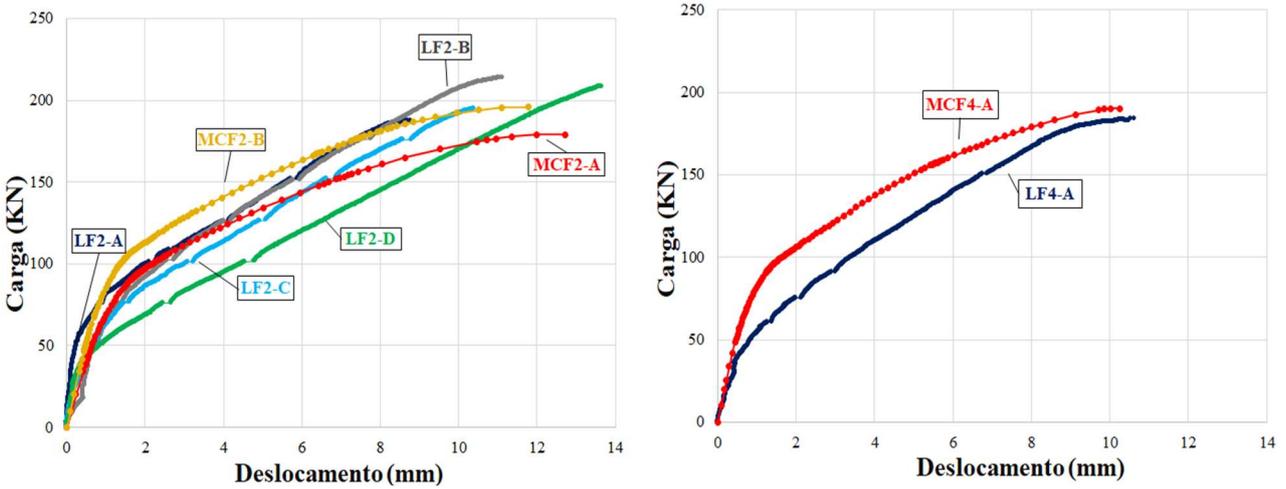
325 Com relação às cargas finais, percebe-se uma boa aproximação, com um mínimo de 3,4% (na  
326 laje MCF4-A) e máximo de 9,8% (na laje MCF2-A). Os piores resultados foram encontrados nas  
327 lajes com duas aberturas, modelos em que a carga estimada numericamente foi menor do que a obtida  
328 experimentalmente. Acerca dos deslocamentos verticais finais, houve uma diferença maior do que o  
329 observado com as cargas, entre 3,4% (na laje MCF4-A) e 26,0% (na laje MCF2-A), tendo ocorrido  
330 valores numéricos abaixo e acima dos experimentais.

331 As curvas carga *versus* deslocamento obtidas pela simulação dos modelos com aberturas no  
332 ABAQUS® foram comparadas com as curvas experimentais correspondentes, conforme a Figura 11.  
333 De forma geral, o formato das curvas da análise não linear se assemelha aos ensaios. Os modelos  
334 numéricos apresentarem um comportamento mais rígido, principalmente no trecho inicial das curvas,  
335 exceto MCF2-A, cujo trecho inicial ficou quase sobreposto ao das lajes LF2-A, LF2-B e LF2-C.

336 É difícil dizer, com total certeza, os motivos que podem ter levado à essa maior rigidez, mas é  
337 sabido que há uma grande dificuldade de se representar com perfeição o comportamento real de  
338 estruturas em modelos computacionais. Contudo, podemos destacar a condição de interação  
339 *embedded region* adotada no ABAQUS® para simular a ligação armadura-laje, já que na prática pode  
340 existir um deslocamento relativo entre os materiais. Além disso, há o fato de que experimentalmente  
341 há uma acomodação do sistema de ensaio já no início de aplicação das cargas, o que não é considerado  
342 no *software*, e a possibilidade de se existirem fissuras no modelo experimental anteriores ao ensaio  
343 devido a movimentações do sistema.

344

Figura 11 – Comparativo das curvas carga *versus* deslocamento dos modelos experimentais e numéricos com abertura

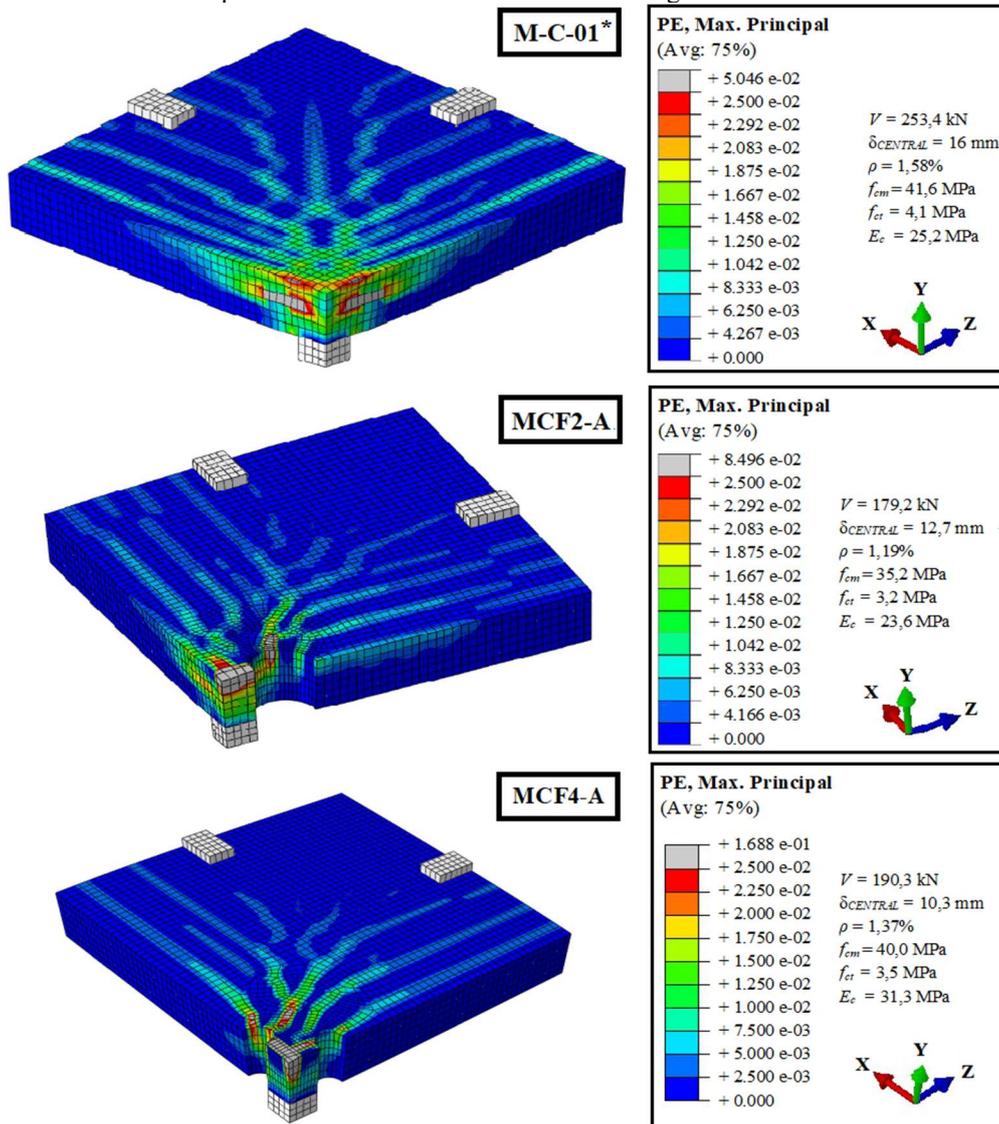


Fonte: O autor.

345  
346  
347

348 O padrão de fissuramento dos modelos numéricos é apresentado na Figura 12. Na Figura 13  
349 estão as superfícies de ruptura de três das lajes experimentais de Liberati et al. (2018).  
350  
351

Figura 12 – Previsão do padrão de fissuramento no instante de carga máxima dos modelos numéricos

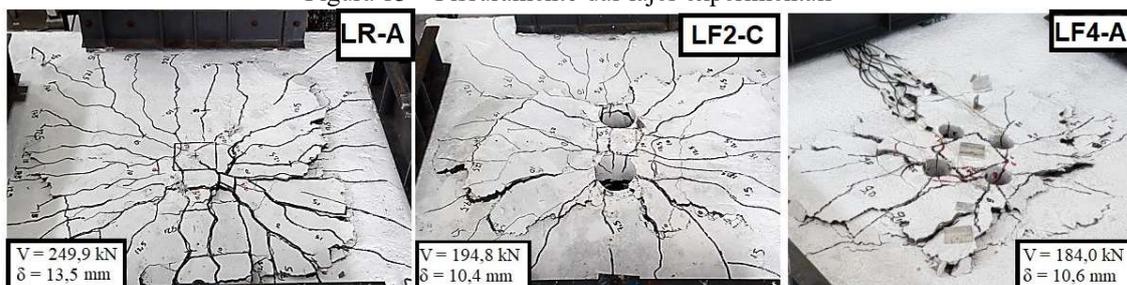


Fonte: O autor.

352  
353

354

Figura 13 – Fissuramento das lajes experimentais



Fonte: Adaptado de LIBERATI et al. (2018).

355  
356  
357

358 Comparando-se o padrão de fissuramento dos modelos numérico e experimental, nota-se uma  
359 grande semelhança, sendo verificado a concentração de tensões e fissuras na região entre pilar e  
360 abertura. Na superfície das lajes observa-se a formação de fissuras radiais a partir do pilar, que se  
361 prolongam até as bordas da laje. Ainda, ao longo da altura da laje, notam-se fissuras inclinadas  
362 delimitando o cone de punção.

363 Destaca-se que o ABAQUS® não considera a Mecânica da Fratura, não apresentando, pois, a  
364 fissuração das lajes propriamente dita. Entretanto, segundo Genikomsou e Polak (2015), o *Concrete*  
365 *damaged plasticity* considera a Teoria da Plasticidade, pressupondo que a fissuração se inicia quando  
366 a deformação plástica principal máxima é positiva, e a orientação das fissuras é considerada paralela  
367 a essas deformações, permitindo assim uma previsão do panorama de fissuração da laje por meio da  
368 variável PE (*Plastic strain components at integration points*).

369

## 370 6.2 Análise da influência das aberturas e variações paramétricas

371 As características das lajes lisas ensaiadas para estudo de variação paramétrica da posição das  
372 aberturas são apresentados na Tabela 5. Lista-se também os resultados de carga e flecha central  
373 máximas obtidos na modelagem numérica, bem como as razões entre a carga de ruptura e  
374 deslocamento estimada das lajes com aberturas com relação à laje sem abertura (de referência).

375

376

Tabela 5 – Propriedades, cargas e deslocamento central das lajes dos Grupos 2 e 3

	Modelo numérico	Espaçamento da abertura até a face do pilar (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	$V_{num}$ (KN)	$\delta_{num}$ (mm)	$V_{num}/V_{REF}$	$\delta_{num}/\delta_{REF}$
Grupo 2 – Lajes com 2 aberturas de 150 mm	MCR2-A	-	35,2	3,2	23,6	1,58	314,7	20,2	1,00	1,00
	MCF2-A	0	35,2	3,2	23,6	1,19	179,2	12,7	0,57	0,63
	MCF2-A-1D	90	35,2	3,2	23,6	1,19	264,1	17,6	0,84	0,87
	MCF2-A-2D	180	35,2	3,2	23,6	1,19	254,1	20,2	0,81	1,00
	MCF2-A-3D	270	35,2	3,2	23,6	1,37	264,7	18,8	0,84	0,93
Grupo 3 – Lajes com 4 aberturas de 75 mm	MCR4-A	-	40,0	3,5	31,3	1,58	242,0	15,7	1,00	1,00
	MCF4-A	0	40,0	3,5	31,3	1,37	190,3	10,3	0,79	0,66
	MCF4-A-1D	90	40,0	3,5	31,3	1,58	231,1	13,4	0,96	0,85
	MCF4-A-2D	180	40,0	3,5	31,3	1,19	236,5	16,5	0,98	1,05
	MCF4-A-3D	270	40,0	3,5	31,3	1,58	240,5	16,2	0,99	1,03

377

Fonte: O autor.

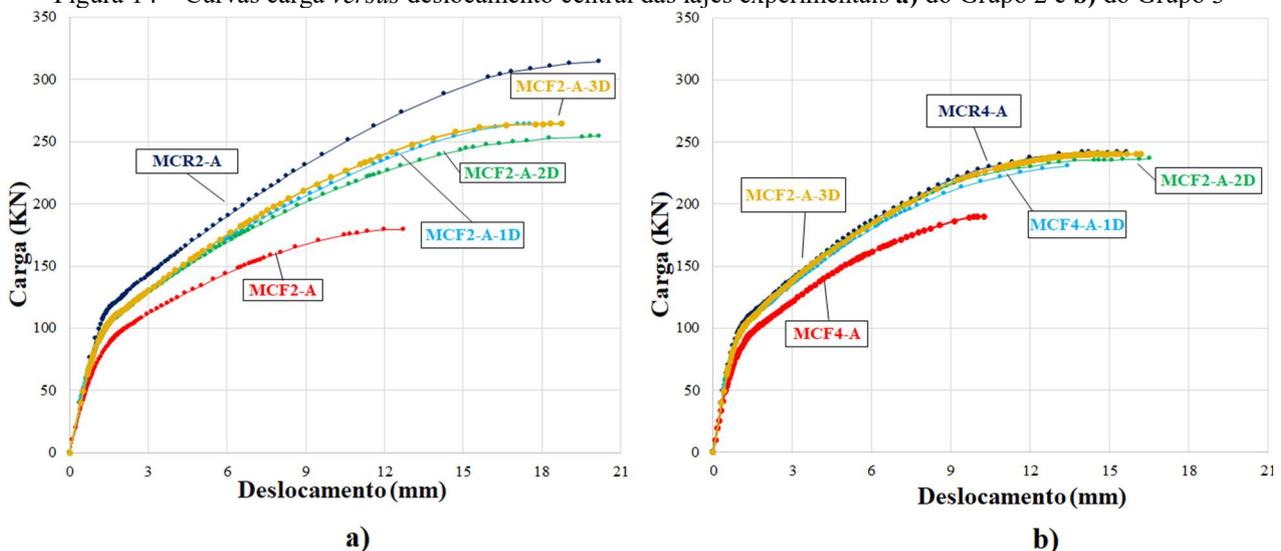
378 É evidente que a presença de aberturas diminui a capacidade resistiva de uma laje lisa. A  
379 redução da carga de ruptura nas lajes com aberturas adjacentes ao pilar com relação às lajes de  
380 referência foi igual a 43% para o Grupo 2 e 21% para o Grupo 3. Comparando-se a redução verificada  
381 para os diversos espaçamentos considerados, nota-se que para aberturas adjacentes a diminuição é  
382 significativamente maior do que nas lajes em que as aberturas são afastadas do pilar, cujos valores  
383 máximos foram de 19% e 4% no Grupos 2 e 3, respectivamente, evidenciando que aberturas sem  
384 afastamento são mais prejudiciais para lajes lisas em termos de resistência ao cisalhamento. Ainda,  
385 há diferenças muito pequenas nas razões encontradas nos três distanciamentos considerados, ficando  
386 entre 16% e 19% no Grupo 2, e entre 1% e 4% no Grupo 3.

387 Os resultados da modelagem numérica são também expressos em função da curva de carga  
388 máxima *versus* deslocamento central da laje, conforme Figura 14.

389

390

Figura 14 – Curvas carga *versus* deslocamento central das lajes experimentais a) do Grupo 2 e b) do Grupo 3



Fonte: O autor.

No que tange às lajes do Grupo 3, quanto mais próxima a abertura da face do pilar, maior sua  
influência na redução da capacidade de carga com relação à laje de referência. Ainda, a análise da  
Figura 14 aponta uma quase sobreposição nas curvas, com exceção da laje MCF4-A, indicando que  
há diferenças muito pequenas quanto à rigidez dos modelos. Vale ainda destacar que as lajes com  
afastamento  $2d$  e  $3d$  atingiram deslocamentos finais um pouco maiores do que a laje MCR4-A,  
mesmo a carga de ruptura tendo sido menor.

Nas lajes do Grupo 2, com exceção da laje MCF2-A-2D, quanto maior o distanciamento da  
abertura maior o acréscimo na carga de ruptura. Quanto às curvas da Figura 14, as lajes com aberturas  
não adjacentes ao pilar e de referência apresentaram comportamento semelhante até uma carga  
aproximada de 90 kN, e a laje de referência manteve um comportamento linear por mais tempo,  
indicando aparecimento de fissuras mais tarde. Diferentemente do Grupo 2, o modelo de laje sem

405 aberturas é mais rígido que as demais, e os deslocamentos em todos os estágios de carregamento são  
406 maiores nas lajes com aberturas, exceto para a carga final.

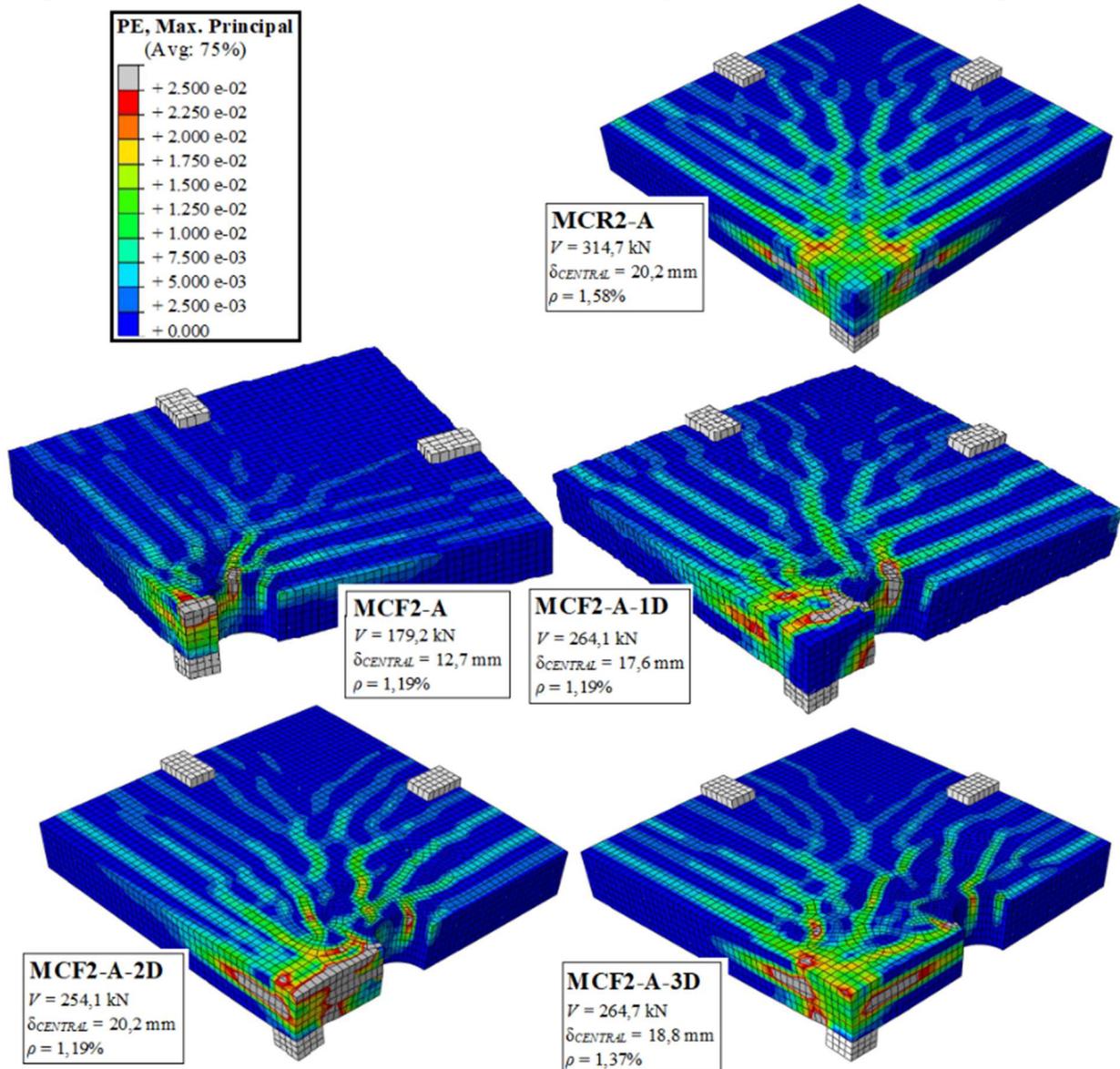
407 Quanto à laje com duas aberturas posicionada a  $2d$  da face do pilar (MCF2-A-2D), era esperado  
408 uma carga de ruptura maior do que na laje MCF2-A-1D devido ao maior afastamento da abertura e  
409 mesmos valores de resistência do concreto e taxa de armadura. Esse mesmo comportamento foi  
410 verificado no trabalho de Lourenço (2018), em que a laje com afastamento de  $2d$  (LF3) atingiu carga  
411 de ruptura igual a 216 kN e a laje afastada a  $d$  (LF2) rompeu com 235 kN. Conforme já explicitado,  
412 para o autor, essa menor carga pode justificada pela posição da abertura nessa posição que pode ter  
413 levado à ruptura da laje por um conjunto de punção com flexão localizada na região da abertura.

414 O padrão de fissuramento das lajes dos grupos 2 e 3 pode ser estimado pelas máximas  
415 deformações plásticas, conforme as Figuras 15 e 16, respectivamente.

416

417

Figura 15 – Padrão de fissuramento dos modelos numéricos das lajes do Grupo 2, no instante de carga máxima

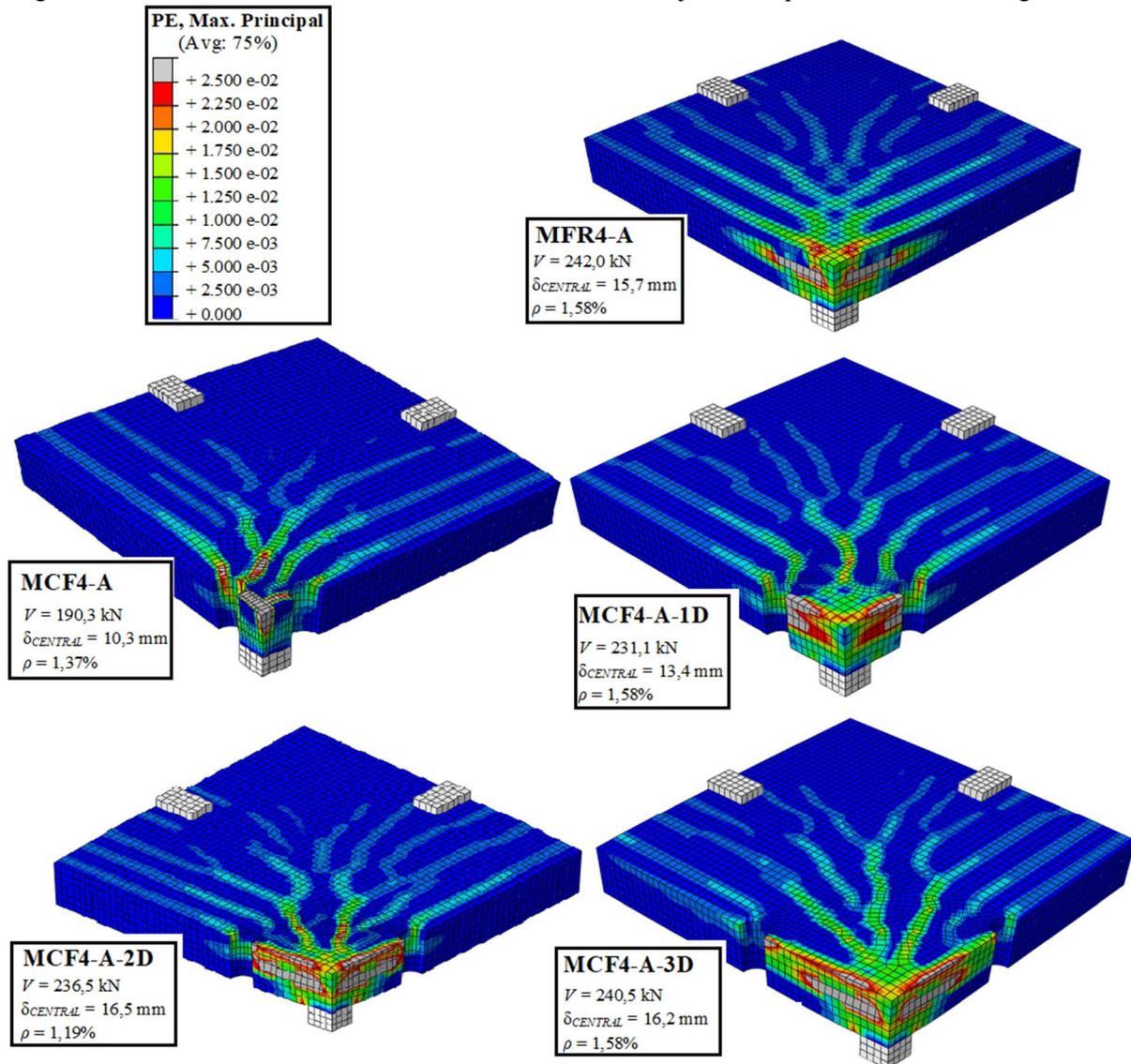


418

419

Fonte: O autor.

Figura 16 – Padrão de fissuramento dos modelos numéricos das lajes do Grupo 3, no instante de carga máxima

421  
422  
423

Fonte: O autor.

424 Percebe-se que as tensões principais, e consequentemente as fissuras, se concentram próximas  
 425 ao pilar e se propagam ao redor das aberturas e em direção às bordas da laje. Conforme a abertura se  
 426 afasta do pilar, ocorre uma concentração ainda maior na região entre o pilar e a abertura. Pela análise  
 427 da Figura 15, nota-se uma tendência de as fissuras se desenvolverem mais na direção onde não há  
 428 abertura, enquanto que na Figura 16 o padrão de fissuramento segue a simetria da laje. Ainda,  
 429 comparando-se os dois grupos, parece haver uma maior concentração de tensões nas lajes com duas  
 430 aberturas de 150 mm de diâmetro.

431

### 432 6.3 Comparação dos resultados numéricos com os códigos normativos

433 As cargas de ruptura das lajes estudadas foram estimadas pelas normas Eurocode 2:2004, ACI  
 434 318:2014, e ABNT NBR 6118:2014, conforme equações apresentadas no item 3. Os resultados são  
 435 apresentados na Tabela 6, onde também consta o perímetro de controle ( $U$ ) considerado em cada  
 436 norma e a razão entre os valores obtidos pela análise não linear e estes valores normativos.

Tabela 6 – Estimativa das cargas de ruptura pelas normas, e comparação com os resultados numéricos

	Modelo numérico		Eurocode 2 (2004)			ACI 318 (2014)			ABNT NBR 6118 (2014)		
	Laje	$V_{num}$ (KN)	$U$ (mm)	$V_{EC2}$ (KN)	$V_{num}/V_{EC2}$	$U$ (mm)	$V_{ACI}$ (KN)	$V_{num}/V_{ACI}$	$U$ (mm)	$V_{NBR}$ (KN)	$V_{num}/V_{NBR}$
Grupo 2	MCR2-A	314,7	1731,0	214,3	1,47	960,0	170,9	1,84	1731,0	192,7	1,63
	MCF2-A	179,2	1164,2	130,9	1,37	682,9	121,5	1,47	1164,2	117,8	1,52
	MCF2-A-1D	264,1	1395,7	157,0	1,68	802,1	142,8	1,85	1395,7	141,2	1,87
	MCF2-A-2D	254,1	1492,9	167,9	1,51	848,0	150,9	1,68	1492,9	151,0	1,68
	MCF2-A-3D	264,7	1545,9	182,4	1,45	872,9	155,4	1,70	1545,9	164,1	1,61
Grupo 3	MCR4-A	242,0	1731,0	223,6	1,08	960,0	182,2	1,33	1731,0	201,1	1,20
	MCF4-A	190,3	1011,3	124,5	1,53	620,6	117,8	1,62	1011,3	112,0	1,70
	MCF4-A-1D	231,1	1346,5	174,0	1,33	779,1	147,8	1,56	1346,5	156,5	1,48
	MCF4-A-2D	236,5	1467,3	172,2	1,37	835,9	158,6	1,49	1467,3	154,9	1,53
	MCF4-A-3D	240,5	1530,0	197,7	1,22	865,4	164,2	1,46	1530,0	177,8	1,35
<b>Média</b>					1,40			1,60			1,56
<b>Desvio padrão</b>					0,16			0,16			0,18

Fonte: O autor.

438

439

440

441

442

443

444

445

446

447

448

449

450

451

452

Os resultados apresentados na Tabela 6, conforme as prescrições normativas, estão sem os coeficientes de segurança e minoração da resistência dos materiais. Nota-se que todas as normas apresentaram estimativas de carga de ruptura menores em comparação com os resultados numéricos. Observa-se que as cargas máximas calculadas pela análise não linear melhor se aproximam dos resultados previstos pelo Eurocode 2, em todas as lajes. De modo geral, os resultados mais conservadores foram os estimados pelo ACI 318:2014, que não considera a taxa de armadura, e em decorrência do perímetro de controle considerado ser menor do que nas demais normas.

A Tabela 7 apresenta um resumo comparativo entre as cargas de ruptura estimadas numericamente, experimentalmente e pelas normas. Conclui-se que o modelo numérico se aproxima mais do modelo real do que das especificações, sendo as diferenças máximas de 9,8% com os modelos experimentais, 52,9% com o Eurocode 2, 61,5% no ACI 318:2014, e 69,9% na norma brasileira.

Tabela 7 – Comparativo entre cargas de ruptura estimadas numericamente, experimentalmente e pelas normas

Modelo numérico	$V_{num}$ (KN)	Modelos experimentais	$V_{ex,med}$ (KN)	$V_{num}/V_{ex,med}$	$V_{EC2}$ (KN)	$V_{num}/V_{EC2}$	$V_{ACI}$ (KN)	$V_{num}/V_{ACI}$	$V_{NBR}$ (KN)	$V_{num}/V_{NBR}$
M-C-01 *	253,4	LR-A, LR-B, LR-C	241,8	1,05	226,6	1,12	185,8	1,36	203,8	1,24
M-C-02 *	243,7	LR-D	232,3	1,05	223,2	1,09	181,7	1,34	200,8	1,21
MCF2-A	179,2	LF2-A, LF2-B, LF2-C	198,7	0,90	130,9	1,37	121,5	1,47	117,8	1,52
MCF2-B	196,0	LF2-D	208,4	0,94	138,2	1,42	131,8	1,49	124,3	1,58
MCF4-A	190,3	LF4-A	184,0	1,03	124,5	1,53	117,8	1,62	112,0	1,70
<b>Média</b>				0,98		1,31		1,46		1,45
<b>Desvio padrão</b>				0,06		0,17		0,10		0,19

\* Modelos numéricos de Magalhães, Faria e Mesquita (2018).

Fonte: O autor.

453

454

455

456

457

## 7 CONCLUSÕES

O presente trabalho modelou um total de treze lajes no ABAQUS® para analisar o comportamento de lajes lisas com aberturas. Comparando-se os resultados numéricos e experimentais, e dada a dificuldade de se reproduzir perfeitamente em *softwares* computacionais o

458 comportamento de uma estrutura real, conclui-se que o modelo de elementos finitos, apesar de mais  
459 rígido que os modelos experimentais, conseguiu representar o resultado dos ensaios em se tratando  
460 de panorama de fissuração e, principalmente, carga de ruptura. Isso é ainda corroborado pela obtenção  
461 de resultados com erro máximo na resistência ao cisalhamento de 9,8%, e com custos e um período  
462 de tempo menores do que é demandado para a realização de ensaios, além de possibilitar o estudo de  
463 variações paramétricas de modo relativamente mais fácil.

464 Com relação a presença de aberturas, os resultados apontam que elas agregam a lajes lisas um  
465 comportamento menos rígido e diminuem sua resistência ao cisalhamento. Para as lajes com duas e  
466 quatro aberturas adjacentes ao pilar, o decréscimo verificado na carga de ruptura foi de 43% e 21%,  
467 respectivamente. Já nas lajes em que há afastamento da face do pilar, verificou-se reduções máximas  
468 de 19% e 4% para lajes com duas e quatro aberturas. Isso evidencia que, quanto à resistência de uma  
469 laje lisa de concreto armado, a execução de aberturas afastadas do pilar mostra-se mais vantajosa do  
470 que aberturas adjacentes, tendendo a ser desprezível em afastamentos superiores ao triplo da altura  
471 útil da laje. Ainda, com base nos resultados obtidos pela análise numérica, pode-se concluir que a  
472 utilização de quatro aberturas de 75 mm de diâmetro é menos prejudicial para a resistência da laje do  
473 que o uso de duas aberturas de 150 mm de diâmetro, para qualquer espaçamento estudado.

474 Através de um comparativo com os códigos normativos, a análise numérica realizada mostrou-  
475 se a favor da segurança, visto que apresentou valores de carga máxima maiores do que os previstos  
476 pelas normas, e que o modelo numérico proposto apresenta estimativas de resistência ao cisalhamento  
477 mais próximos dos resultados experimentais do que das prescrições das normas. O código Eurocode  
478 2:2004 foi o que apresentou resultados mais próximos do estudo não linear, sendo a menor e maior  
479 diferenças respectivamente de 8,23% e 68,22%, enquanto que o ACI 318:2014 foi a norma mais  
480 conservadora, com diferença máxima de 84,94% e mínima de 32,82%. Fica evidente que há  
481 diferenças significativas entre os três códigos de projeto abordados.

482 Contudo, ressalta-se que lajes lisas submetidas à punção devem continuar sendo estudadas,  
483 sobretudo quanto ao cálculo na presença de aberturas, para fornecer maior segurança e economia em  
484 obras com esse sistema construtivo.

485

## 486 8 REFERÊNCIAS

487 ALBUQUERQUE, E. J. P. **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento e pilares de**  
488 **centro retangulares**. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil). Faculdade de  
489 Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

490

491 AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318: Building Code Requirements for Structural**  
492 **Concrete and Commentary**. Farmington Hills, Michigan, 2014.

493

494 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de**  
495 **concreto: procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

496 BALOMENOS, G. P.; GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. **Investigation of the effect of**  
497 **openings of interior reinforced concrete flat slabs.** Structural Concrete, p. 1-10, 2018.  
498  
499 COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, CEB-FIP. **Model Code Design Code 1990:**  
500 **Final Draft.** Bulletin d'Information, Lousanne, 1991.  
501  
502 DASSAULT SYSTÈMES. **Abaqus theory manual.** Providence, United States, 2012.  
503  
504 EUROCODE 2. **Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings,**  
505 **CEN, EN 1992D1.** Brussels, Belgium, 2004.  
506  
507 FEENSTRA, P. H.; DE BORST, R. **A composite plasticity model for concrete.** International  
508 **Journal of Solids and Structures,** v.33, n. 5, p. 707-730, 1996.  
509  
510 GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. **Finite element analysis of punching shear of concrete**  
511 **slabs using damaged plasticity model in ABAQUS.** Engineering Structures, v. 98, p. 38-48, 2015.  
512  
513 GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. **Effect of Openings on Punching Shear Strength of**  
514 **Reinforced Concrete Slabs – Finite Element Investigation.** ACI Structural Journal, v. 114, n. 5, p.  
515 1249-1262, 2017.  
516  
517 LIBERATI, E. A. P.; MARQUES, M. G.; LEONEL, E. D.; ALMEIDA, L. C.; TRAUTWEIN, L. M.  
518 **Failure analysis of punching in reinforced concrete flat slabs with openings adjacente to the**  
519 **column.** Engineering Structures, v. 182, p. 331-343, 2019.  
520  
521 LOURENÇO, D. S. **Punção em lajes lisas de concreto armado com aberturas: análise**  
522 **experimental.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Faculdade de Engenharia Civil,  
523 **Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2018.**  
524  
525 MAGALHÃES, D. S.; FARIA, I. J. F.; MESQUITA, L. C. **Calibração de modelo computacional**  
526 **para análise de punção utilizando ABAQUS.** Artigo de Conclusão de Curso (Graduação em  
527 **Engenharia Civil).** Universidade Federal de Viçosa, Rio Paranaíba, MG, 2018.  
528  
529 MARQUE, N. L. A.; NOGUEIRA, C. G. **Comparação entre modelos de cálculo de códigos de**  
530 **projeto quanto à punção em ligações laje-pilar: análise paramétrica e caracterização estatística**  
531 **do erro de modelo.** In: 60º Congresso Brasileiro do Concreto, 2018. Anais... Foz do Iguaçu, 2018.  
532  
533 MARQUES, M. G. **Punção em lajes lisas de concreto armado com aberturas adjacentes ao pilar**  
534 **e armadura de cisalhamento.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Faculdade de Engenharia  
535 **Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2018.**  
536  
537 OLIVEIRA, D. C.; GOMES, R. B.; MELO, G. S. **Punching shear in reinforced concrete flat slabs**  
538 **with hole adjacent to the column and moment transfer.** RIEM IBRACON Structures and  
539 **Materials Journal,** v. 7, n. 3, p. 414-467, 2014.  
540  
541 PINTO, V. C. **Punção em Lajes Lisas Bidirecionais de Concreto Armado com Furos e Pilares**  
542 **com Secção Transversal em “L”.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Instituto de  
543 **Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, 2015.**  
544  
545 SILVA, J. A.; MARQUES, M. G.; TRAUTWEIN, L. M.; GOMES, R. B.; GUIMARÃES, G. N.  
546 **Punching of reinforced concrete flat slabs with holes and shear reinforcement.** Revista Escola  
547 **de Minas – International Engineering Journal,** v. 70, n. 4, p. 407-403, 2017.

## ANEXO A

### PROPRIEDADES DAS LAJES ENSAIADAS POR LIBERATI ET AL. (2019)

A Tabela A.1 apresenta as principais propriedades do concreto utilizado nas lajes ensaiadas por Liberati et al. (2019), bem como a carga de ruptura e deslocamento final central da laje.

Tabela A.1 – Propriedades mecânicas do concreto e das lajes ensaiadas por Liberati et al. (2019)

Laje	Aberturas (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	$V_{ex}$ (KN)	$\delta_{ex}$ (mm)
LR-A	-	41,6	4,1	25,2	1,62	249,9	13,5
LR-B	-	41,6	4,1	25,2	1,65	216,4	13,3
LR-C	-	41,6	4,1	25,2	1,58	259,2	13,7
LR-D	-	39,8	3,4	31,2	1,58	232,3	14,3
LF2-A	2 unidades, 150	35,2	3,2	23,6	1,14	187,6	8,8
LF2-B	2 unidades, 150	35,2	3,2	23,6	1,08	213,9	11,1
LF2-C	2 unidades, 150	35,2	3,2	23,6	1,12	194,8	10,4
LF2-D	2 unidades, 150	41,4	3,6	31,6	1,17	208,4	13,7
L4-75	4 unidades, 75	40,0	3,5	31,3	1,29	184,0	10,6

$f_{cm}$  = resistência à compressão simples;  $\rho$  = taxa de armadura longitudinal de flexão;  
 $f_{ct}$  = resistência à tração por compressão diametral;  $V_{ex}$  = carga de ruptura da laje;  
 $E_c$  = módulo de elasticidade do concreto;  $\delta_{ex}$  = deslocamento vertical final no ponto central da laje.

Fonte: LIBERATI et al. (2019).

A Tabela A.2 apresenta as propriedades do aço das armaduras de flexão das lajes ensaiadas pelos mesmo autores.

Tabela A.2 – Propriedades mecânicas do aço das armaduras longitudinais de flexão

Lajes	Diâmetro (mm)	Local de aplicação	$f_y$ (MPa)	$E_s$ (MPa)
LR-A , LR-B, LR-C,	6,3	Bordo inferior da laje	668,0	200,6
LF2-A, LF2-B, LF2-C	12,5	Bordo superior da laje	575,9	178,7
LR-D, LF2-D, LF4-A	6,3	Bordo inferior da laje	601,0	189,7
	12,5	Bordo superior da laje	583,0	196,2

$f_{cm}$  = tensão de escoamento do aço;  $E_s$  = módulo de elasticidade do aço.

Fonte: LIBERATI et al. (2019).

## ANEXO B

### PROPRIEDADES DAS LAJES ENSAIADAS POR LOURENÇO (2018)

A Tabela B.1 apresenta as principais propriedades do concreto utilizado nas lajes ensaiadas por Lourenço (2018), bem como a carga de ruptura e a relação obtida entre a carga das lajes com aberturas e a laje de referência (sem aberturas).

Tabela B.1 – Características das lajes ensaiadas por Lourenço (2018)

Laje	Abertura (mm)	Distância da abertura à face do pilar (mm)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$\rho$ (%)	$V_{ex}$ (KN)	$V_{ex}/V_{REF}$
LR	-	-	39,8	3,4	1,58	232	1,00
LF1	150 x 150	0	46,0	3,8	1,23	206	0,89
LF2	150 x 150	90	46,3	3,8	1,26	235	1,01
LF3	150 x 150	180	45,9	3,8	1,23	216	0,93
LFA	150 x 150	270	41,2	3,6	1,49	258	1,11

$f_{cm}$  = resistência à compressão simples;

$\rho$  = taxa de armadura longitudinal de flexão;

$f_{ct}$  = resistência à tração por compressão diametral;

$V_{ex}$  = carga de ruptura da laje;

$V_{ex}/V_{REF}$  = razão entre a carga de ruptura dos modelos com aberturas em relação à laje de referência.

Fonte: LOURENÇO (2018).